Министерство образования и науки Российской Федерации

ГОУ ВПО «Вятский государственный гуманитарный университет»

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ  
ТЕОРИИ И МЕТОДИКИ

ОБУЧЕНИЯ МаТЕМАТИКЕ   
В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

СБОРНИК НАУЧНЫХ СТАТЕЙ

ВЫПУСК 1

Киров

Издательство ВятГГУ

2011

УДК 51(075.8)

ББК 74.262.21я72

А 43

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Вятского государственного гуманитарного университета

**Рецензенты:**

кандидат педагогических наук  
 *А. И. Глушкова;*

кандидат педагогических наук  
 *Е. А. Кувалдина*

А 43 **Актуальные** вопросы теории и методики обучения математике в средней школе [Текст]: сборник научных статей. Вып. 1. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2010. – 102 с.

ISBN

Сборник посвящен отдельным вопросам теории и методики обучения математике в средней школе. Обсуждается тематика, связанная с интеграцией математики и других областей знаний, работой с новыми информационными технологиями, в частности, использованием электронного учебника и учебного видео в образовательном процессе. Представлены исследования по работе с учащимися с применением различных образовательных технологий: модульной, проектной, технологии работы в малых группах. Некоторые статьи посвящены развитию учащихся в процессе обучения математике, а также методике изучения отдельных содержательных линий школьного курса математики.

Сборник может представлять интерес для учителей средней школы, студентов, аспирантов, ученых, областью интересов которых является методика обучения математике.

УДК 51(075.8)

ББК 74.262.21я72

ISBN © Вятский государственный гуманитарный университет (ВятГГУ), 2010

© Коллектив авторов, 2010

**Содержание**

**Предисловие 4**

***Жаркова Е. Н., Крутихина М. В.***

Использование модульной технологии   
при изучении квадратных уравнений в 8-ом классе 5

***Кузьмина Н. Н., Горев П. М.***

Обобщающее повторение планиметрии за курс основной школы   
по модульной технологии обучения 11

***Мухамедшина А. В., Горев П. М.***

Методика конструирования и использования   
электронного учебника по математике для школьников 25

***Насибуллина Э. Ф., Шилова З. В.***

К вопросу об изучении темы «Интеграл» в школьном курсе математики 31

***Родионова О. Л., Горев П. М.***

Интеграция математических и естественнонаучных знаний   
в учебных проектах учащихся профильной школы 42

***Рябкова М. О., Горев П. М.***

Методика подготовки учащихся в малых группах   
к итоговой аттестации по математике за курс средней школы 53

***Смирнова М. В., Зеленина Н. А.***

Об одном из видов упражнений на формирование   
пространственных представлений учащихся 5-6-х классов школы 63

***Соловьева О. В., Горев П. М.***

Организация и содержание проектной деятельности школьников   
по созданию учебного видео на занятиях по геометрии 70

***Тебенькова С. В., Горев П. М.***

Интеграция математических и гуманитарно-ориентированных   
знаний в проектах учащихся профильной школы 79

***Утёмов В. В.***

Использование элементов ТРИЗ-педагогики   
в обучении школьников математике 95

**Сведения об авторах 100**

**Предисловие**

Современный этап развития математического образования требует от методической науки совершенствования не только и не столько его содержания, сколько подходов, методов и технологий обучения. В последние годы в теории и практике преподавания математики популярность получили технологии, связанные с активизацией и интенсификацией деятельности учащихся, эффективностью управления и организации учебного процесса, дидактического усовершенствования материала, внедрением в учебный процесс технических средств.

Авторы статей, вошедших в настоящий сборник, решают отдельные актуальные вопросы теории, методики и практики обучения математике в перечисленных выше направлениях.

В первых двух статьях сборника (Е. Н. Жарковой и Н. Н. Кузьминой) обсуждаются некоторые аспекты использования в процессе обучения математике модульной образовательной технологии. Статьи реализуют различные подходы к определению модуля и построения модульной программы и представляют в первую очередь практический интерес.

В статье М. О. Рябковой обсуждаются возможности подготовки учащихся к итоговой аттестации по математике за курс средней школы с использованием приемов работы в малых группах. Вопросам интеграции математики и иных областей знаний посвящены статьи О. Л. Родионовой и С. В. Тебеньковой, в которых предлагается также возможная тематика проектов учащихся, реализующих эту интеграцию. Не малоинтересным является опыт подготовки и использования в процессе обучения математике учебного видео, представленный в статье О. В. Соловьевой. Еще одному аспекту использования информационно-коммуникационных технологий в обучении математике – электронному учебнику – посвящена статья А. В. Мухамедшиной. Эти статьи в большинстве своем написаны на стыке педагогики и методики математики.

Статьи Э. Ф. Насибуллиной и М. В. Смирновой представляют собой разработки, наиболее приближенные к исследованиям в области классической методики преподавания математики. В них обсуждаются частные актуальные вопросы преподавания математики в средней школе.

Инновационным направлением в методике преподавания математики является внедрение в процесс обучения элементов ТРИЗ-педагогики, основанной на методах систематизации и генерации идей, обучения школьников научному творчеству. С некоторыми аспектами такой работы знакомит статья В. В. Утёмова.

Следует отметить, что статьи сборника в большинстве своем написаны на основе выпускных квалификационных работ по теории и методике обучения математике в средней школе: первым указан автор-исполнитель выпускной работы, вторым – научный руководитель, определивший основное направление исследования и внесший значительный вклад в работу над текстом статьи.

Сборник может быть интересен для учителей математики и смежных дисциплин, студентов, аспирантов, ученых, областью интересов которых является методика обучения математике.

***Жаркова Е. Н., Крутихина М. В.***

**Использование модульной технологии   
при изучении квадратных уравнений в 8-ом классе**

В статье дается характеристика одного из вариантов реализации модульной технологии при обучении школьников математике. Авторы также представляют разработку учебного модуля по изучению неполных квадратных уравнений в 8-ом классе.

Реформирование современной общеобразовательной школы направлено на создание педагогических условий для развития и самоопределения личности школьника. Для достижения этой цели необходимо создавать адаптивную атмосферу на основе разноуровневого обучения.

В настоящее время информационный бум привел к тому, что учитель перестал быть основным источником знаний. В связи с этим меняется характер его деятельности: недостаточно только учить в традиционном понимании, важно ориентировать в потоке информации, отсылать учащихся к первоисточникам. Поэтому традици­онный объяснительно-иллюстративный процесс заменяется новыми педагогически­ми технологиями. Хотя педагогика на сегодняшний день располагает богатейшим арсеналом технологий обучения, их действенность во многом зависит от эмоционально-положительного отношения учащихся к изучаемому материалу.

Математическое образование вносит свой вклад в формирование общей культуры человека. Образовательные и воспитательные задачи обучения математике должны решаться комплексно с учетом возрастных особенностей учащихся, специфики математики как науки и учебного предмета, определяющей ее роль и место в общей системе школьного обучения и воспитания.

Не маловажную роль в курсе алгебры средней школы играют квадратные уравнения. Материал, так или иначе связанный с квадратными уравнениями, составляет значительную часть школьного курса математики.

Действительно, квадратные уравнения не только имеют важное теоретическое значение, но и служат чисто практическим целям. Подавляющее большинство задач о пространственных формах и количественных отношениях реального мира сводится к решению различных видов квадратных уравнений. Овладевая способами их решения, мы находим ответы на различные вопросы из науки и техники (транспорт, сельское хозяйство, промышленность, связь и т. д.). Так же для формирования умения решать уравнения большое значение имеет самостоятельная работа учащегося.

Проблема обучения самостоятельной работе является актуальной для учителей всех школьных предметов, в том числе и для учителей математики. Ее решение важно еще и с той точки зрения, что для успешного овладения современным содержанием школьного математического образования необходимо повысить эффективность процесса обучения в направлении активизации самостоятельной деятельности учащихся. Для этого требуется четко определить систему умений и навыков, овладение которыми приводит к самостоятельному выполнению работ различного характера.

Названные выше проблемы успешно могут быть решены путем использования модульной технологии, которая представляет собой совокупность различных форм и способов совместной деятельности преподавателей и учащихся, а также самостоятельной работы учащихся, организованных в особых единицах процесса обучения с целью максимального овладения программным материалом и повышением качества образования.

Основными целями технологии модульного обучения являются: ком­фортный темп работы обучаемого; определение им своих возможностей; гибкое построение содержания обучения; интеграция различных его видов и форм; формирование у обучающихся навыков самообразования и достиже­ние ими высокого уровня конечных результатов.

Несмотря на достаточно солидный возраст этой техно­логии, существуют различные точки зрения как на содер­жание самого понятия «модуль», так и на подходы к конст­руированию модульных программ.

Основными понятиями, раскрывающими сущность модульного обуче­ния, являются следующие: «модуль», «модульная программа», «комплекс­ная дидактическая цель» (КДЦ), «интегрированная дидактическая цель» (ИДЦ), «частная дидактическая цель» (ЧДЦ), «учебный элемент» (УЭ) и др. [2].

Модуль – основная организационно-содержательная единица модульной системы обучения, ох­ватывающая учебный материал, имеющий относительно самостоятельное значение и включающий в себя, как правило, несколько близких по содер­жанию тем или разделов курса. Для модуля характерны такие признаки, как целостность, относительная независимость и логическая завершенность его содержания, гибкость структуры, оперативность контроля и оценки резуль­татов обучения. Модуль имеет конкретную цель и определяет оптимальные, способы ее достижения.

Учебный элемент ­­– это часть учебного материала, отражающая какой-либо аспект профессиональной или другой задачи. Он является основным носителем учебной информации и по назначению может быть основным, дополнительным или справочным; по содержанию теоретическим, практическим или смешанным.

Основное средство модульного обучения ­– модульная программа (МП). Она состоит из отдельных модулей.

Подготовка модульной программы и отдельных соответствующих модулей – трудоемкая работа, требующая большой предметной и педа­гогической компетентности.

В модульной программе необходимо учитывать:

1. Целевое назначение информационного материала.
2. Сочетание комплексных, интегрирующих и частных дидак­тических целей.
3. Полноту учебного материала в модулях.
4. Относительную самостоятельность элементов модуля.
5. Реализацию обратной связи.
6. Оптимальную передачу информационного и методического материала.

Модули, соответствующие всем интегрированным дидактическим целям, представляют единую комплексную дидактическую цель и объ­единяются модульной программой. Каждая интегрированная дидакти­ческая цель состоит из частных дидактических целей, которым в моду­ле соответствует один элемент обучения [2].

Нами была разработана и апробирована модульная программа по теме «Квадратные уравнения», предназначенная для учащихся 8-го класса и обучающихся по учебнику под редакцией С.А. Теляковского [1]. Занятия проводились с учениками школы № 9 г. Омутнинска Кировской области. Программа содержит семь модулей, каждый из которых реализуется на двух уроках.

Приведем описание и содержание одного из разработанных модулей.

*Занятия № 1, 2 «Определение квадратного уравнения. Неполные квадратные уравнения».*

*Тип урока*: изучение новой темы.

*Интегрирующая цель*:

1. Познакомить с новым видом уравнений с одной переменной.
2. Изучить способ решения неполных квадратный уравнений.
3. Продолжить работу по развитию речи учащихся.
4. Учить составлять алгоритм решения задания по образцу.
5. Развивать умение работать с учебником, самостоятельно добывать знания.

Работа учащихся состоит из нескольких этапов, так называемых учебных элементов. Каждый элемент содержит или указания учителя о том, что нужно знать и уметь, или краткие пояснения к выполнению заданий, или ссылки на то, где в учебнике можно найти нужные пояснения, а также список заданий. Прочитав указания учителя, ученик выполняет самостоятельные работы, которые включены в учебные элементы, делает выводы, конструирует вопросы, проверяет правильность выполнения заданий.

В начале занятия происходит знакомство с учебными элементами, обращается внимание на то, что учащиеся должны придерживаться указанного количества времени. В учебном элементе УЭ-0 фиксируется внимание учащихся на постановке целей занятия.

Следующий учебный элемент направлен на повторение основных понятий: уравнение, корень уравнения. Во втором элементе вводятся понятия: квадратного уравнения, неполного квадратного уравнения, виды неполных квадратных уравнений. При этом дается указание самостоятельно изучить материал и обсудить его в парах. При необходимости можно обратиться к учителю. После выполнения УЭ-1 и УЭ-2 проводится контроль (беседа с учащимися), проговариваются определение квадратного уравнения, неполного квадратного уравнения, приводятся примеры.

При выполнении следующего учебного элемента учащиеся разбирают приведенные в учебнике примеры, выполняют указания учителя, при этом работают, в основном, самостоятельно. Далее, пользуясь ими как образцом, решают неполные квадратные уравнения. Результатом решения должно стать заполнение таблицы (табл. 2).

После выполнения всех учебных элементов от учащихся требуется выполнить небольшую самостоятельную работу (выходной контроль), содержащую 5 заданий.

Последний учебный элемент модуля предполагает рефлексию – самостоятельную оценку достижения цели учебного элемента. В конце урока учитель предлагает домашнее задание.

*Таблица 1*

**Учебный модуль**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***№*** | ***Название учебного элемента*** | ***Содержание, формы, методы (советы учителя)*** |
| УЭ-0 | *Интегрирующая цель:*   1. Усвоить понятие квадратного уравнения, неполного квадратного уравнения. 2. Получить приемы решения неполных квадратных уравнений. 3. Уметь находить корни неполных квадратных уравнений. 4. Освоение данного модуля будет способствовать развитию учебных умений и навыков в самостоятельной работе с учебником, умению обобщать и делать выводы. | |
| УЭ-1 | *Актуализация знаний*  *Частная дидактическая цель:*  подготовиться к изучению нового материала.  В процессе работы с УЭ-2 и УЭ-3 вы должны:   * выучить определение квадратного уравнения, неполного квадратного уравнения; * научиться решать неполные квадратные уравнения, используя имеющиеся в учебнике примеры; * уметь решать неполные квадратные уравнения в общем виде, выделять коэффициенты квадратного уравнения. | 1. Закончите предложения.   *Равенство, содержащее переменную, называется…*  *Значение переменной, при котором уравнение обращается в верное равенство, называется…*   1. Устно решите уравнения (на доске):   ;  ;    . |
| УЭ-2  (10 мин) | *Частная дидактическая цель*:  изучить новый материал данной темы и начать его первичное усвоение. | *Задание 1* ( [1], стр. 105, п. 19):  а) прочитайте определение квадратного уравнения;  б) запишите определение в тетрадь, приведите свои примеры (2-3 квадратных уравнения);  в) расскажите определение друг другу.  *Задание 2:*  a) прочитайте определение неполного квадратного уравнения;  б) запишите определение в тетрадь и приведите 2-3 своих примера неполных квадратных уравнений;  в) расскажите определение друг другу;  г) запишите в общем виде 3 вида неполных квадратных уравнений;  д) существенны ли замечания:  1) ; 2) .  Закончив изучение определений, дайте знать учителю о готовности к беседе.  Вопросы для беседы с классом.  1. Дать определение квадратного уравнения, назвать коэффициенты (почему ), привести примеры.  2. Дать определение неполного квадратного уравнения, привести примеры.  3. Записать 3 вида неполных квадратных уравнений (в общем виде).  № 505 (устно) [1].  Укажите в квадратном уравнении его коэффициенты:  а)  *5, –9, 4 – коэффициенты квадратного уравнения (5 – первый коэффициент, – 9 – второй, 4 – свободный член).*  Используя этот пример в качестве образца, выполнить устно задания под буквами б-е. |
| **УЭ-3 (15-20 мин)** | ***Частная дидактическая цель:***  а) научиться приемам решения неполных квадратных уравнений;  б) научиться правильно записывать решение. | *Задание 3.*   1. Разобрать в учебнике пример 1, пример 2.   2. Разобрать решение в общем виде неполного квадратного уравнения вида .  3. Всегда ли данное квадратное уравнение имеет корни?  4. Решить уравнения: № 509 а, в, д.  5. Подготовиться к ответу у доски (начать заполнять таблицу № 1).  *Задание 4.*   1. Разобрать в учебнике пример 3. 2. Разобрать решение в общем виде неполных квадратных уравнений вида  и . 3. Какой способ используется при решении квадратного уравнения вида ? 4. Сделать вывод о числе корней этих двух квадратных уравнений. 5. Решите уравнения: № 510 а, в, д; № 511 д, е. 6. Подготовиться к ответу у доски (заполнить таблицу до конца).   *Задание 5.*  Если вы выполнили задания из учебника правильно, то решите из учебника: № 512 б, г; № 513 б, г, е. |
| **УЭ–4 (25–30 мин)** | ***Частная дидактическая цель*:**  проверить полноту и качество усвоенного материала. | *Задание 1*.  По таблице № 1 ответьте на вопросы:  а) Всегда ли неполное квадратное уравнение вида  имеет корни? Если имеет, то сколько?  б) Сколько корней имеет неполное квадратное уравнение вида ? Почему?  в) Сколько корней имеет неполное квадратное уравнение вида ? Почему?  *Задание 2.*  Выполните самостоятельно по вариантам работу, используя таблицу 2. Через 15 минут сдайте ее учителю. |
| УЭ-5 | *Рефлексия* | Проведите самоконтроль, ответив на вопрос: достигли ли вы поставленной цели на уроке? Для этого вернитесь к началу модуля УЭ-2, к интегрирующей цели урока. |
| УЭ-6 | *Домашнее задание* | Запишите домашнее задание: учебник, п. 19. Выучить определения, таблицу в тетради, выполнить задания под номерами № 511 а, б, в, г; № 514 а, в; № 488; № 496, б, д. |

*Таблица 2*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***№ п/п*** | ***Уравнения*** | ***Условия существования корней уравнения*** | ***Корни неполных***  ***квадратных уравнений*** |
| 1. |  |  |  |
| 2. |  |  |  |
| 3. |  |  |  |

*Таблица 3*

**Выходной контроль**

|  |  |
| --- | --- |
| ***Вариант 1*** | ***Вариант 2*** |
| *Решите уравнения* | |
| 1.   2.  3.   4.  5. № 512, а | 1.   2.   3.  4.  5. № 512, в |

Опытное преподавание показало, что использование модульной технологии способствует повышению уровня знаний и умений по теме «Квадратные уравнения». При этом у учащихся формируются:

* умение ставить перед собой учебную цель и намечать пути ее достижения;
* умение оценивать и анализировать свою деятельность;
* навыки работы с источниками информации;
* навыки самоконтроля, взаимоконтроля, учебного, делового общения, самообучения;
* умение работать в паре, группе, самостоятельно по алгоритму и творчески;
* адекватная самооценка полученных результатов де­ятельности относительно уровня усвоения учебного материала.

Таким образом, при систематическом использовании модульной технологии обучения у учащихся формируются и совершенствуются навыки самостоятельной учебной деятельности. В то же время практика показала, что учащиеся недостаточно подготовлены и мотивированы к самостоятельной работе.

Библиографический список

1. Алгебра [Текст]: учеб. для 8 кл. обшеобразоват. учреждений / Ю. Н. Макарычев [и др.] ; под ред. С. А. Теляковского. – М.: Просвещение, 1999. – 239 с.
2. Левитес Д. Г. Практика обучения: современные образовательные технологии [Текст] / Д. Г. Левитес. – М.: Институт практической психологии, 1998. – 288 с.

***Кузьмина Н. Н., Горев П. М.***

**Обобщающее повторение планиметрии   
за курс основной школы по модульной технологии обучения**

В статье авторы анализируют достоинства модульной технологии обучения, рассматривают некоторые ее аспекты применительно к обучению математике. Приводится модульная программа обобщающего повторения планиметрии и подробно один из ее модулей.

Модульная технология возникла как альтернатива традиционным подходам к обучению и первоначально была осуществлена в сфере профессионального образования для устранения недостатков существующей профессиональной подготовки. Она приобрела большую популярность в учебных заведениях США и Западной Европы в начале 40-х годов XX века. Ее идеи берут начало в трудах Б. Ф. Скиннера и получают теоретическое обоснование и развитие в работах Б. М. Гольдшмид, К. Курха, Г. Оуенса, Дж. Расселла. В отечественной дидактике наиболее полно основы модульного обучения изучались и разрабатывались И. Б. Сенновским, П. И. Третьяковым, Т. И. Шамовой, П. А. Юцявичене и др.

Модульное обучение интегрирует в себе все то, что накоплено в педагогической теории и практике и базируется на теории поэтапного формирования умственных действий. Идея активности ученика, четкость и определенная логика его действий, постоянное подкрепление их на основе самоконтроля, индивидуализированный темп учебно-познавательной деятельности пришли в модульное обучение из программированного. Кибернетический подход обогатил модульное обучение идеей гибкого управления деятельностью учащихся, переходящего в самоуправление. Личностно-ориентированное обучение, главная цель которого – развитие личностного отношения к миру, деятельности, себе, обогатило модульное обучение субъективной активностью и самостоятельностью учащегося.

При модульной технологии обучения содержание состоит из системы модулей, количество которых определяется целями, глубиной, широтой познания предметной культуры. Содержание разбивается на обособленные законченные части.

Сущность модульного обучения состоит в том, что ученик в процессе работы с модулем самостоятельно, с определенной долей помощи учителя решает конкретные цели учебно-познавательной деятельности, используя разнообразные формы работы и средства обучения. Учащимся предоставляется возможность самостоятельно работать с предложенной им индивидуальной учебной программой.

Особенности разных вариантов модульного обучения определяется тем, какой смысл вкладывается в понятие «модуль». Мы, следуя логике П. А. Юцявичене [8], понимаем модуль как основное средство модульного обучения, которое является законченным *блоком* (банком) *информации*, а так же включает в себя *целевую программу действий* и *методическое руководство*, обеспечивающее достижение поставленных дидактических целей.

1. Чтобы составить план (целевую программу) действий, нужно:

* выделить оптимальную модель обучения, представляющую учебный курс как систему, то есть создать первичное конструирование материала, наглядное представление по всему курсу, теме, уроку;
* составить технологическую карту модуля, что ведет к закономерности учебного процесса (этап проектирования);
* выделить основные научные идеи предмета на данном этапе его изучения;
* объединить учебное содержание в определенные блоки;
* сформулировать комплексную дидактическую цель (общую цель обучения);
* выделить из комплексной дидактической цели интегрирующие дидактические цели и сформировать модуль;
* разделить каждую интегрирующую дидактическую цель на частные дидактические цели и выделить в модуле учебные элементы.

Главный этап при составлении плана действий – разработка модульной программы. Она состоит из комплексной дидактической цели (ДЦ), поставленной перед каждым модулем, из которой вытекает интегрирующая цель (ИДЦ). В свою очередь ИДЦ модуля может иметь частную дидактическую цель (ЧДЦ), на основе которой выделяются частные учебные элементы (УЭ).

1. Банк информации – это учебное содержание. Оно выстраивается в соответствии с дидактическими целями и должно быть таким, чтобы ученик эффективно его усваивал. Отбор содержания модуля производится таким образом, чтобы оно составляло законченный блок информации, при этом учебный материал рассматривается не только как порция информации, которую надо усвоить, но и как источник ценностных ориентаций. Задания (групповые, дифференцированные, парные) направлены на формирование системного мышления: вводятся фундаментальные понятия, раскрывается использование этих понятий в разных разделах, в новых ситуациях. При этом уровни планируемого результата могут иметь статус базового, продвинутого и творческого.
2. Методическое руководство по усвоению учебного содержания – это письменные советы учителя ученику: как лучше выполнить задание, где найти нужный материал, как выполнить проверку и т.п.

Учителю, разрабатывающему модульные программы, необходимо опираться на следующие основные принципы.

1. *Принцип целевого назначения*. Модули можно условно разделить на три типа: познавательные (используются при изучении основ наук); операционные (для формирования и развития способов деятельности); смешанные, которые чаще всего и используются в школе.
2. *Принцип сочетания комплексных, интегрирующих и частных дидактических целей*. Совокупность ЧДЦ обеспечивает достижение ИДЦ каждого модуля, совокупность ИДЦ всех модулей обеспечивает достижение КДЦ.
3. *Принцип обратной связи*. Никакое управление невозможно без контроля, анализа и коррекции. В модульном обучении управление, осуществляемое учителем, сочетается с самоуправлением учением со стороны самих школьников. Модуль любого порядка должен включать контроль выполнения задания, усвоения знаний учащихся; он считается неполным, если отсутствует инструкция контроля.

В модульной технологии используются следующие формы контроля: самоконтроль, взаимный контроль учащихся, контроль учителя.

Для успешного применения модульных программ необходимо соблюдать некоторые правила. Начиная работать с новым модулем, нужно проводить *входной контроль* знаний и умений учащихся, чтобы иметь информацию об уровне их готовности к работе. При необходимости можно провести соответствующую *коррекцию знаний*. Важно также осуществление текущего и промежуточного контроля после изучения каждого учебного элемента. После завершения работы с модулем осуществляется *выходной контроль*. Текущий и промежуточный контроль выявляют пробелы в усвоении знаний с целью немедленного их устранения, а выходной контроль должен показать уровень усвоения всего модуля и тоже предполагает соответствующую доработку.

В модульной технологии оценивается выполнение каждого учебного элемента. Оценки накапливаются в листе контроля, на основании которой выставляется итоговая оценка за работу над модулем. Точность контроля и объективность оценки играют большую роль. Получить хорошую оценку ­– одна из главных мотиваций при модульной технологии. Ученик чётко знает, что его труд оценивается на каждом этапе и оценка объективно отражает его усилия и способности.

Каждый учебный элемент модульного урока – это шаг к достижению интегрирующей цели урока, без овладения содержанием которого эта цель не будет достигнута. Учебных элементов не должно быть много (не более семи), но среди них обязательно должны присутствовать следующие: УЭ-0 – определение ИДЦ по достижению результатов обучения; УЭ-1 – задания по выявлению уровня знаний по теме, задания, направленные на овладение новым материалом; УЭ-2 (и т.д.) – отработка учебного материала. Завершающий УЭ включает выходной контроль знаний, подведение итогов занятия (оценка степени достижения целей урока), выбор домашнего задания (оно должно быть дифференцированным – с учетом успешности работы учащегося на уроке), рефлексию (оценку своей работы с учетом оценки окружающих).

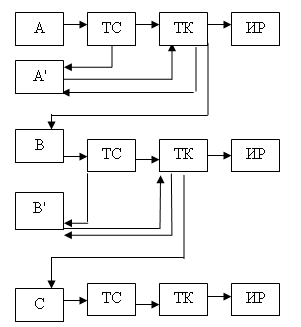
Введение модулей в учебный процесс нужно осуществлять постепенно. На начальном этапе можно использовать традиционную систему обучения с элементами модульной технологии. В старших классах с модульным обучением может сочетаться лекционно-семинарская система обучения.

При модульном обучении ученик включается в активную и эффективную учебно-познавательную деятельность, работает с дифференцированной по содержанию и объему помощи программой. Идет индивидуализация контроля, коррекции и консультирования. Важно, что ученик имеет возможность в большей степени самореализоваться, и это способствует мотивации учения.

Существует, по крайней мере, шесть различных модулей: *организационный, повторения, изучения нового материала, закрепления, контроля, коррекции*. В зависимости от характера цели возможны многочисленные разновидности каждого из них, например, повторение может быть текущим, поддерживающим, обобщающим, итоговым. Важнейшим моментом в каждом из модулей обучения в данной системе является самостоятельная работа учащихся. Она предполагает именно самостоятельное добывание учащимися знаний по теме из доступных источников информации, а не разновидность проверочной работы, как это зачастую понимается некоторыми учителями.

1. Самостоятельные и зачетные работы, в ходе которых учитель определяет уровень усвоения материала, можно проводить следующим образом: учитель должен приготовить карточки с заданиями, которые также соответствуют разным уровням усвоения материала: А – базовый, В – продвинутый, С – высокий. Учащиеся работают по следующей схеме (схема 1).

Учащиеся получают задания уровня А, после того, как они выполнят все задания, им предоставляется тест самоконтроля (ТС), после выполнения которого школьники могут выбрать два пути: либо выполнять тест контроля (ТК), либо получить дополнительные задания этого уровня (А’), чтобы отработать навыки и умения. Если учащийся решил еще раз отработать навыки и умения, то после выполнения дополнительных заданий, он переходит к выполнению теста контроля. Если же учащийся выбрал контрольный тест, то после его проверки учителем, возможны три варианта: учащийся получает оценку (ИР – итоговый результат), соответствующую данному уровню усвоения знаний, учащийся получает индивидуальную консультацию учителя (разбираются дополнительные задания (А’)) и выставляется оценка, или ему выдаются задания следующего уровня сложности (B). С заданиями уровня В и С учащиеся работают примерно по той же схеме. В конце каждого урока домашнее задание задается по уровням, которые были достигнуты учащимися в ходе самостоятельной работы.



*Схема 1*

Самостоятельную работу учащихся можно организовать и по-другому: им предлагается список задач и упражнений, расположенных в порядке возрастания сложности. В течение нескольких уроков, отводимых на самостоятельную работу, учащиеся решают эти задачи. После решения каждой задачи учащиеся сравнивают ответ (а при необходимости и решение) с правильным. Учитель контролирует этот процесс и отмечает все правильно решенные учеником задачи в листе контроля, на основании чего в конце практикума выставляется оценка.

1. Перед изучением нового материала необходимо организовать вводное повторение в форме беседы, в которой ученики восстанавливают в памяти знания, необходимые для изучения нового материала.
2. После освоения учениками теоретического блока нужно провести тренинг-минимум, цель которого автоматизация умений решать стандартные задачи. Такая форма работы позволяет слабоуспевающим ученикам прослушать алгоритм решения примера или задачи. Сильный ученик также реализует возможности лучшего закрепления изученного.
3. Следующий этап в освоении темы – практикум. Успешность обучения зависит от непрерывной обратной связи, от получения своевременной информации об успешности продвижения каждого ученика. Поэтому после каждого семинара – практикума желательно проводить срезовый контроль достижения учениками тех или иных уровней освоения материала. Перед итоговым контролем можно провести зачёт, в который входят не только задания практического содержания, но и теоретические вопросы.
4. Обобщающее повторение позволяет ученикам увидеть всю тему целиком, получить её полное системное знание.
5. Домашняя работа в данной интегральной технологии задаётся в зависимости от уровня заданий, которые может выполнить ученик и обязательно проверяется.
6. Особый интерес в планировании представляют модули контроля. Выборочный контроль – это добровольное выполнение заданий по выбору, как правило, носящее опережающий характер. Чтобы выполнить задание по выбору, ученику еще до начала изучения темы приходится знакомиться с содержанием материала учебника, что впоследствии облегчает усвоение блока. Персональный контроль – это форма «тихого» опроса, когда учитель индивидуально опрашивает желающих учащихся у своего стола, в то время как другие выполняют самостоятельную или практическую работу. Фронтальный контроль – это разновидность фронтального опроса – письменного или устного, обычно это работа с терминами, фактами, диктант. Тематический контроль – это выступление ученика на семинаре, конференции, когда он получает оценку не за знание всего блока, а по конкретному вопросу.

Контрольные работы или зачеты в модульной технологии так же можно организовывать в зависимости от уровня усвоения учащимся учебного материала. Например, можно делать варианты контрольной работы, соответствующие уровню усвоения материала: низкий, средний, высокий. При таком проведении контрольной работы учащиеся сами выбирают вариант. После проведения контрольной работы проводится практическая работа над ошибками.

Описанным выше способом можно проводить уроки и элективные курсы в школе. Но кроме этого, модульную технологию можно использовать и при дистанционном обучении школьников.

Модульная технология обучения имеет ряд серьезных достоинств:

* цели обучения точно соотносятся с достигнутыми результатами ученика;
* задается индивидуальный темп учебной деятельности;
* обеспечивается высокий уровень активизации учащихся на уроке;
* формируются навыки самообразования учащихся;
* дается возможность учащимся работать самостоятельно с дифференцированной программой;
* достигается гибкость и мобильность в формировании знаний и умений обучающихся, развивается их творческое и критическое мышление;
* обеспечивается развитие личности учащегося, создаёт условия для самореализации каждого ученика;
* учитывается уровень подготовленности каждого ученика, его индивидуальные особенности;
* поэтапный – модульный контроль знаний и практических умений дает определенную гарантию эффективности обучения;
* общение учителя и ученика проходит на субъект-субъектной основе;
* разработка модулей позволяет уплотнить учебную информацию и представить ее блоками;
* приносят до 30% экономии учебного времени без ущерба для полноты и глубины изучаемого материала;
* достигается определенная «технологизация» обучения, оно в меньшей степени становится зависимым от педагогического мастерства учителя;
* позволяет включить в обучение консультирование и дозированную персональную помощь от учителя;
* позволяет определить уровень усвоения нового материала учащимися и быстро выявить пробелы в знаниях;
* используя модули, можно успешно осуществлять внутрипредметные и межпредметные связи, интегрировать учебное содержание, формируя его в логике содержания ведущего учебного предмета;
* происходит дифференциация учебного содержания; нижний уровень соответствует обязательному минимуму содержания, верхний – включает сверх того дополнительные сведения;
* наблюдается структурированность деятельности ученика в логике этапов усвоения знаний: восприятие → понимание → осмысление → запоминание → применение → обобщение → систематизация.

Таким образом, теоретические и практические исследования педагогов, психологов и ученых, специализирующихся в области теории и методики обучения математике, показали, что модульная технология обучения имеет ряд существенных преимуществ перед традиционной, что, без сомнения, делает актуальным вопрос об ее внедрении в практику обучения в школе.

Изложенные выше идеи были использованы нами при организации итогового повторения планиметрии за курс основной школы, целью которого явяется систематизация и обобщение ранее полученных знаний по геометрии.

Приведем разработку обобщающего повторения планиметрии по модульной технологии обучения; более подробно рассмотрим построение содержательного модуля «Прямоугольный треугольник», апробированного в ходе опытного преподавания в 9-ом классе МОУ СОШ № 57 г. Кирова.

Разработанное обобщающее повторение планиметрии по модульной технологии предназначено для учащихся 9-11-ых классов и рассчитано на 34 часа.

Основное содержание повторения соответствует современным тенденциям развития школьного курса геометрии, идеям дифференциации, углубления и расширения знаний учащихся. Данное повторение дает учащимся возможность познакомиться с некоторыми методами и приемами решения задач, которые либо не рассматриваются при изучении планиметрии, либо не отрабатываются на должном уровне; систематизировать свои знания по планиметрии; поможет учащимся в подготовке к выпускным и вступительным экзаменам по геометрии.

Целями и задачами повторения можно считать следующие положения: обобщить и систематизировать знания учащихся по основным разделам планиметрии; дополнить знания учащихся теоремами прикладного характера, областью применения которых являются задачи; расширить и углубить представления учащихся о приемах и методах решения планиметрических задач; сформировать умения применять полученные знания при решении, «нетипичных», нестандартных задач; помочь овладеть рядом технических и интеллектуальных умений на уровне свободного их использования.

Структура повторения представляет собой пять логически законченных и взаимосвязанных тем. Основной тип занятий – практикум. Для наиболее успешного усвоения материала планируются различные формы работы с учащимися: лекционные занятия, групповые, индивидуальные формы работы.

Первой темой, с которой начинается повторение, – «Треугольник», так как треугольник является одной из основных фигур планиметрии. Повторяются метрические соотношения в прямоугольном треугольнике, свойства проекций катетов, метрические соотношения в произвольном треугольнике, свойства медиан, биссектрис, высот, свойства равнобедренного треугольника, теоремы о площадях треугольника.

Второй повторяется тема «Четырехугольник». Эта тема чаще всего представлена задачами о параллелограмме (и его частных видах: ромб, прямоугольник и квадрат), а так же задачами о трапеции. Кроме того здесь неизбежно повторяются свойства треугольников. Так же повторяются метрические соотношения в четырехугольниках, теоремы о площадях четырехугольников.

Затем повторяются свойства окружности и ее элементов, то есть метрические соотношения между длинами хорд, отрезков касательных и секущих, свойства дуг и хорд. Свойства вписанных и центральных углов, углы между хордами, касательными и секущими. Тут же повторяются свойства вписанных и описанных окружностей (окружности, вписанные и описанные около треугольников; четырехугольники, вписанные и описанные около окружностей).

Следующими рассматриваются два модуля, в которых представлены два метода решения планиметрических задач: метод площадей и метод вспомогательной окружности. Эти методы рассматриваются как альтернативные методы решения многих задач по планиметрии. Учащимся показывается, что решение многих задач с использованием этих методов является более простым и эффективным.

Весь материал планиметрии основной школы мы разбиваем на отдельные модульные программы, целостно отображающие содержание учебного материала.

**Модульная программа «Треугольник»** включает три модуля.

Модуль 1. Прямоугольный треугольник и его свойства.

Модуль 2. Равнобедренный треугольник и его свойства.

Модуль 3. Произвольный треугольник и его свойства.

**Модульная программа «Четырехугольник»** включает два модуля.

Модуль 1. Четырехугольник, параллелограмм, и его свойства.

Модуль 2. Трапеция и ее свойства.

**Модульная программа «Окружность»** включает три модуля.

Модуль 1. Свойства углов, касательных, хорд и секущих.

Модуль 2. Треугольники и окружность.

Модуль 3. Четырехугольники и окружность.

**Модульная программа «Метод площадей»** включает один модуль.

Модуль 1. Метод площадей.

**Модульная программа «Метод вспомогательной окружности»** включает один модуль.

Модуль 1. Метод вспомогательной окружности.

Учебно-тематический план модульных программ представлен в таблице 1.

*Таблица 1*

**Тематический план модулей для обобщающего повторения планиметрии за курс основной школы**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***№*** | ***Наименование модулей*** | ***Всего часов*** | ***В том числе*** | | | ***Форма контроля\**** |
| ***лекция*** | ***практика*** | ***контроль*** |
| 1 | Прямоугольный треугольник и его свойства | 4 | 1 | 3 | 2 | Две КР  и одна СР |
| 2 | Равнобедренный треугольник и его свойства | 3 | 1 | 2 | 2 | Две КР  и одна СР |
| 3 | Произвольный треугольник и его свойства | 4 | 1 | 3 | 2 | Две КР  и одна СР |
| 4 | Четырехугольник, параллелограмм, и его свойства | 4 | 1 | 3 | 2 | Две КР  и одна СР |
| 5 | Трапеция и ее свойства | 4 | 1 | 3 | 2 | Две КР  и одна СР |
| 6 | Свойства углов, касательных, хорд и секущих | 3 | 1 | 2 | 2 | Две КР  и одна СР |
| 7 | Треугольники и окружность | 3 | 1 | 2 | 2 | Две КР  и одна СР |
| 8 | Четырехугольники и окружность | 3 | 1 | 2 | 2 | Две КР  и одна СР |
| 9 | Метод площадей | 3 | 1 | 2 | 1 | КР и СР |
| 10 | Метод вспомогательной окружности | 3 | 1 | 2 | 1 | КР и СР |

*\** *КР – контрольная работа; СР – самостоятельная работа (контрольные работы не входят в отводимые часы для повторе**ния).*

***Построение модуля «Прямоугольный треугольник»***

***для обобщающего повторения планиметрии***

*Образовательная цель*: создание условий для овладения учащимися системой знаний о треугольнике (одной из основных фигур планиметрии) и его основных свойствах; усвоения приемов решения планиметрических задач с использованием свойств и теорем о треугольнике. *Развивающая цель*: создание условий для формирования пространственного и логического мышления; развития практического мышления учащихся в использовании геометрических знаний, коммуникативных умений. *Воспитательная цель*: создание условий для формирования мировоззрения учащихся, воспитания нравственности, культуры общения, самостоятельности, активности, воспитания трудолюбия.

*Комплексная дидактическая* цель формулируется в терминах «знать» и «уметь» и достигается реализацией интегрирующих целей конкретных модулей.

Сформулируем *интегрирующую цель* для модуля «Прямоугольный треугольник». После изучения модуля «Прямоугольный треугольник» учащиеся

*– должны знать* метрические соотношения в прямоугольном треугольнике, свойства проекций катетов, свойства медиан, биссектрис, высот, теоремы о площадях треугольника, теоремы синуса и косинуса, теорему Пифагора;

* *должны уметь* определять наиболее эффективный метод решения задачи, применять основные формулы, метрические соотношения и теоремы в прямоугольном треугольнике.

Структура модуля представлена в таблице 2.

***Таблица 2***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Номер***  ***элемента*** | ***Название учебного элемента.***  ***Цели и задачи формулируются для ребёнка*** | ***Управление обучением***  ***(содержание, формы, методы)*** |
| УЭ-0 | Цели и задачи модуля. Актуализация целей. | Беседа. |
| УЭ-1 | Учебный модуль.  Цель: актуализация знаний и умений по теме «Прямоугольный треугольник», определение исходного уровня знаний по теме. | Входной контроль. |
| УЭ-2 | Повторение и обобщение.  Цель: повторить вопросы, касающиеся треугольника и более подробно свойства прямоугольного треугольника; уметь применять теоретические знания на практике. | Источники информации, методы решения задач. |
| УЭ-3  УЭ-4  УЭ-5  УЭ-6 | Отработка учебного материала.  Цель: 1) проверить теоретические знания учащихся и умения решать опорные задачи;  2) отработать навыки применения формул, теорем для решения планиметрических задач, и различные методы их решения. | Самостоятельная работа (контроль по теории и методам решения задач)  Урок-практикум по самостоятельному решению задач |
| УЭ-6 | Учебный модуль.  Цель: проверить свои знания и умения по теме модуля. | Выходной контроль |

**Структура модуля «Прямоугольный треугольник»**

**Первый урок** – входной контроль. Учащимся предлагается контрольная работа по теме «Прямоугольный треугольник». Задания контрольной работы содержат вопросы о свойствах прямоугольного треугольника и его элементов, а именно: теорема Пифагора; биссектрисы, медианы треугольника, высоты проведенной из вершины прямого угла; формулы синуса и косинуса острого угла; а так же свойства произвольного треугольника: подобие треугольников, формулы площади треугольника. Приведем пример одного из вариантов контрольной работы (здесь и далее задачи заимствованы из [1-7]).

1. Найти радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8.
2. Найти радиус окружности, вписанной в треугольник *АВС* с прямым углом *С*, если , см.
3. В прямоугольном треугольнике медианы острых углов равны 89 и 156. Найти длину гипотенузы.
4. Один из катетов прямоугольного треугольника равен 15 см, а проекция другого катета на гипотенузу равна 16 см. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.
5. Периметр прямоугольного треугольника равен 24 см, а площадь его равна 24 см2. Найдите площадь описанного круга.

**Второй урок** посвящается повторению вопросов, касающихся треугольника и, более подробно, рассмотрению свойства прямоугольного треугольника, признаки равенства и подобия треугольников; неравенства треугольника; сумма углов треугольника; теоремы синуса и косинуса; свойства высот (особое внимание на свойство высоты, проведенной из вершины прямого угла), медиан и биссектрис треугольника; теорема Пифагора; формулы синуса и косинуса острого угла; свойства катета, лежащий против угла в 30 градусов; формулы площади треугольника; вписанных и описанных окружностей. Главной задачей этого повторения является актуализация знаний о прямоугольном треугольнике для последующего применения этих знаний для решения задач.

Все перечисленные вопросы можно повторить в форме фронтальной беседы. Повторять нужно именно свойства, формулы и определения, касающиеся прямоугольного треугольника, без повторения доказательств и выводов формул. Для того чтобы повторяемым знаниям была придана определенная структура, полученные результаты обобщения представлены в виде классификационной схемы, свободной таблицы, определенных записей [2]. Для модульной программы «Треугольник» предлагается следующий опорный конспект (схема 2).

*Схема 2*

**Опорный конспект «Треугольник»**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Классификация треугольников*** | | | | | | | | | ***Признаки***  ***равенства*** | | | | ***Признаки***  ***подобия*** | |
|  | *Углы все острые* | *Один угол прямой* | | *Один угол тупой* | | | | |
| *Нет*  *равных сторон* | Остроугольный | Прямоугольный | | Тупоугольный | | | | | По стороне и двум  прилежащим к ней углам | | | | По двум равным углам | |
| *Две*  *стороны равны* | Равнобедренный | Прямоугольный равнобедренный | | - | | | | | По двум сторонам и углу между ними | | | | По двум пропорциональным сторонам и равным углам между ними | |
| *Все*  *стороны равны* | Равносторонний (правильный) | - | | - | | | | | По трем сторонам | | | | По трем пропорциональным сторонам | |
|  | | ***Произвольный треугольник*** | | | | | | | | | | | | |
| 1) ; | | | | 2) ; | | | | | 3) ; | | | |
| 4) Около любого треугольника можно описать окружность и при том только одну; | | | | | | | | | | | | |
| 5) В любой треугольник можно вписать окружность и при том только одну. | | | | | | | | | | | | |
| 6) Центр вписанной окружности – точка пересечения биссектрис. | | | | | | | | | | | | |
| 7) Центр описанной окружности – точка пересечения серединных перпендикуляров. | | | | | | | | | | | | |
| 8) Если треугольник прямоугольный, то центр описанной окружности – середина гипотенузы. | | | | | | | | | | | | |
| 9) Теорема синусов: ; | | | | | | | | | | | | |
| 10) Теорема косинусов: . | | | | | | | | | | | | |
|  | | ***Равнобедренный***  ***треугольник*** | | | | | ***Прямоугольный***  ***треугольник*** | | | | |  | | |
| 1) | | | | | 1) Теорема Пифагора: | | | | |
| * 1. если *BD* – биссектриса,   то | | | | | 1. Если , то   *CB=*0,5*АВ* | | | | |
| 3) биссектрисы, медианы и высоты, проведенные к боковым сторонам, равны | | | | | 3) | | | | |
| 4) ; | | | | |
|  | | ***Биссектриса*** | | | | | | | | | | | | |
| 1) Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке | | | | | | | | | | | | |
| 2) Если , то | | | | | | | | | | | | |
| 3) Биссектриса есть геометрическое место точек, равноудаленных от сторон угла | | | | | | | | | | | | |
| 4) Биссектрисы внутреннего и внешнего углов одной вершины перпендикулярны | | | | | | | | | | | | |
| 5) | | | | | | | | | | | | |
|  | | ***Медиана*** | | | | | | | | | | | | |
| 1) Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся ей в отношении 2:1, считая от вершины | | | | | | | | | | | | |
| 2) Медиана делит площадь треугольника пополам | | | | | | | | | | | | |
| 3) | | | | | | | | | | | | |
| 4) | | | | | | | | | | | | |
|  | | ***Высота*** | | | | | | | | | | | | |
| 1. Высоты треугольника пересекаются в одной точке. | | | | | | | | | | | | |
| 2) Высота, проведенная из вершины прямого угла разделяет треугольник на два подобных треугольника, каждый из которых подобен данному. | | | | | | | | | | | | |
| 1. Высота, проведенная из вершины прямого угла есть средне пропорциональное между отрезками, на которые делится гипотенуза этой высотой:   ;;;, . | | | | | | | | | | | | |
| 4) Высоты треугольника обратно пропорциональны его сторонам: | | | | | | | | | | | | |
| ***Формулы площади треугольника*** | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | |  | |  | | | | |  | | | |  |
| Если высоты треугольников равны, то их площади относятся как основания | | | | | | | | Если треугольники подобны, то отношение их площадей равно квадрату коэффициента подобия | | | | | | |
| Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то их площади относятся как произведение сторон, заключающих равные углы | | | | | | | | Отношение площадей треугольников, имеющих общие основания, равно отношению высот, соответствующих этим сторонам треугольника | | | | | | |
| ***Описанная окружность*** | | | | | | | | ***Вписанная окружность*** | | | | | | |
| Около любого треугольника можно описать окружность и при том только одну | | | | | | | | В любой треугольник можно вписать окружность и при том только одну | | | | | | |
| Центр описанной около произвольного треугольника окружности - точка пересечения серединных перпендикуляров сторон треугольника. | | | | | | | | Центр вписанной в произвольный треугольник окружности - точка пересечения биссектрис треугольника | | | | | | |
| Центр описанной около прямоугольного треугольника окружности - середина гипотенузы | | | | | | | |

На основе повторенного теоретического материала совместно разбираются решения пяти *опорных задач*, в которых показывается, в каких случаях и как используются данные знания, а так же различные методы решения планиметрических задач. Предлагаются следующие опорные задачи.

1. Проекции катетов прямоугольного треугольника на гипотенузу равны 9 и 16. Найдите радиус вписанной окружности.
2. В прямоугольном треугольнике *АВС* из вершины прямого угла проведена высота *BD*. Радиусы окружностей, вписанных в треугольники *ABD* и *BCD*, равны соответственно 3 и 4. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник *АВС*.
3. Высота прямоугольного треугольника, опущенная на гипотенузу, делит биссектрису острого угла в отношении 4:5, считая от вершины. Найдите величину этого угла.
4. Медиана прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, равна 20. Из середины гипотенузы восстановлен перпендикуляр до пересечения с большим катетом. Длина перпендикуляра 15. Найдите катеты.
5. Найдите катеты треугольника с острым углом в 15о и гипотенузой *а*.

Первые три задачи посвящены повторению свойств высоты опущенной из вершины прямого угла. Очень часто учащиеся или не знают этих свойств или знают только одно: высота, проведенная из вершины прямого угла разделяет треугольник на два подобных треугольника, каждый из которых подобен данному, но, не смотря на знание этого свойства, они не используют его при решении задач.

**Третий – шестой уроки** учащиеся работают самостоятельно. В начале третьего урока можно провести самостоятельную работу по проверке теоретических сведений (в виде теста) и умений решать опорные задачи. Далее учащимся предлагается набор из 21 задачи, для отработки знаний и умений по теме «Прямоугольный треугольник». После того как учащийся решил задачу, он сверяет ответ и просматривает метод решения, предложенный учителем. Если задача была решена правильно, то на листе контроля, имеющегося у каждого ученика, это отмечается. Каждому ученику при необходимости оказывается индивидуальная помощь, даются советы по методу решения задачи или формулы, которой лучше воспользоваться в данном случае. Главной задачей этих уроков - это отработка умений использовать нужные формулы и теоремы для решения задач, нахождение оптимального способа решения.

Задания для самостоятельной работы учащихся направлены на применение теоретических знаний в практике решения задач, они представлены в трех уровнях: базовом, продвинутом и высоком. Задачи для самостоятельного решения заимствованы из сборников [1, 3-7].

***Базовый уровень***

1. Один катет прямоугольного треугольника равен 5, а проекция другого катета на гипотенузу равна 2,25. Найдите гипотенузу этого треугольника.
2. Один из катетов прямоугольного треугольника равен 6, а его проекция на гипотенузу равна 2. Найдите гипотенузу и второй катет.
3. В прямоугольный треугольник с катетами *a* и *b* вписан квадрат, имеющий с треугольником общий прямой угол. Найдите периметр квадрата.
4. Медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна *m* и делит прямой угол в отношении 1:2. Найдите стороны треугольника.
5. В прямоугольный треугольник с углом 60о вписан ромб со стороной, равной 6, так, что угол в 60о у них общий и все вершины ромба лежат на сторонах треугольника. Найдите стороны треугольника.
6. Найдите биссектрисы острых углов прямоугольного треугольника с катетами 24 и 18.
7. В прямоугольном треугольнике расстояние от середины гипотенузы до одного из катетов равно 5, а расстояние от середины этого катета до гипотенузы равно 4. Вычислите площадь треугольника.

***Продвинутый уровень***

1. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, равен полуразности его катетов. Найдите отношение большего катета к меньшему.
2. Высота, опущенная на гипотенузу прямоугольного треугольника, делит его на два треугольника. Радиусы окружностей, вписанных в эти два треугольника, равны 1 и 2. Найдите радиус окружности, вписанной в исходный треугольник.
3. Из вершины прямого угла *С* треугольника *АВС* проведена высота *CD*. Найдите гипотенузу *АВ*, если .
4. Катеты прямоугольного треугольника равны 3 и 4. Найдите расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей.
5. Из точки *К* катета *АС* прямоугольного треугольника *АВС* проведен перпендикуляр *КМ* к гипотенузе *АВ*. Найдите площадь треугольника *АКМ*, если *АВ=*10, *АК=*5, *КС=*3.
6. Отношение катетов прямоугольного треугольника равно *k*. Найдите отношение проекции катетов на гипотенузу.
7. В прямоугольном треугольнике *АВС* отношение одного катета к гипотенузе равно 0,8, а другой катет равен 4. Найдите площадь этого треугольника.
8. В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки длиной в 5 и 12 см. Найдите катеты треугольника.
9. Окружность касается большего катета прямоугольного треугольника, проходит через вершину противолежащего острого угла и имеет центр на гипотенузе треугольника. Каков радиус окружности, если длины катетов равны 5 и 12?
10. Катеты прямоугольного треугольника равны 9 и 12. Найти расстояние между точкой пересечения его биссектрис и точкой пересечения медиан.
11. Прямоугольный треугольник разделен высотой, проведенной к гипотенузе, на два треугольника с площадями 384 и 216. Найдите гипотенузу.
12. Радиусы вписанной и описанной окружности прямоугольного треугольника равны 2 и 5 соответственно. Найдите его площадь.

***Высокий уровень***

1. На катете *АС* равнобедренного прямоугольного треугольника *АВС* () взята точка К. В каком отношении точка *К* делит катет *АС*, если известно, что 5*АК=ВК*?
2. В прямоугольном треугольнике заданы площадь треугольника *S=*5 и периметр *P=*10. Найдите гипотенузу и высоту, проведенную из вершины прямого угла.

За каждую правильно решенную задачу учащимся начисляются баллы по следующей схеме: задача базового уровня – 5 баллов, задача продвинутого уровня – 7 баллов, задача высокого уровня – 10 баллов. В результате рейтинг модуля «Прямоугольный треугольник» равен 139 баллов. Предлагается следующая схесма выставления итоговой оценки: «3» – 69-96 баллов; «4» – 97-117 баллов; «5» – 118-139 баллов.

Домашнее задание представлено в виде набора задач расположенных в порядке возрастания их сложности. Учащиеся должны решить все домашние задачи и сдать на проверку перед выходным контролем.

**Седьмой урок** – выходной контроль. Главной задачей в проведении выходного контроля является выявление уровня усвоения учащимися знаний и умений по данной теме. Предлагается следующий набор задач.

1. Отрезок *СН* – высота прямоугольного треугольника *АВС* ()., где  и  – биссектрисы треугольников  и  соответственно, . Найдите площадь треугольника .
2. В прямоугольном треугольнике катет равен 24 см, а гипотенуза – 25 см. Найдите биссектрису треугольника, проведенную из вершины меньшего угла.
3. В прямоугольном треугольнике , где , из вершины прямого угла *В* проведена медиана *ВК*. Найдите площадь треугольника , если длина катета  равна 4 см.
4. Катеты прямоугольного треугольника равны 15 и 20 . Найдите расстояние от высоты, опущенной из вершины прямого угла до центра вписанной окружности.
5. Высота и биссектриса прямоугольного треугольника, опущенные из вершины прямого угла, равны соответственно 3 и 4. Найдите площадь треугольника.

По итогам изучения модуля «Прямоугольный треугольник» учащиеся получают четыре оценки: за самостоятельную работу по теории, за решение задач на уроках-практикумах, за выполнение домашнего задания и за итоговый контроль по данному модулю.

Библиографический список

* + - 1. Денищева Л. О. Единый государственный экзамен 2009. Математика. Универсальные материалы для подготовки учащихся [Текст] / Л. О. Денищева, Ю. А. Глазков, К. А. Краснянская, А. Р. Рязановский, П. В. Семенов. – М.: Интеллект-Центр, 2009. – 272 с.
      2. Звавич Л. И. Геометрия в таблицах. 7 -11 классы [Текст] / Л. И. Звавич, А. Р. Рязановский. – 12-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2007. – 124 с.
      3. Куланин Е. Д. 3000 конкурсных задач по математике [Текст]/ Е. Д. Куланин, В. П. Норин, С. Н. Федин, Ю. А. Шевченко. – 4-е изд., испр. и доп. – М.: Рольф, 2000. – 624 с.
      4. Математика. Задачник. ЕГЭ-2008. Вступительные испытания [Текст] / под ред. Ф. Ф. Лысенко. – Ростов-на-Дону: Легион, 2007. – 608 с.
      5. Полонский В. Б. Геометрия: Задачник к школьному курсу [Текст] / В. Б. Полонский, Е. М. Рабинович, М. С. Якир. – М.: АСТ-ПРЕСС: Магистр-S, 1998. – 256 с.
      6. Сборник конкурсных задач по математике для поступающих во втузы [Текст]: учебное пособие / под ред. М. И. Сканави. – СПб.: Водолей, 1997. – 516 с.
      7. Шарыгин И. Ф. Стандарт по математике: 500 геометрических задач [Текст]: кн. для учителя / И. Ф. Шарыгин. – М.: Просвещение, 2005. – 205 с.
      8. Юцявичене П.А. Основы модульного обучения [Текст] / П. А. Юцявичене. – Вильнюс: ИПК руководящих работников и специалистов нар. хоз-ва, 1989. – 67 с.

***Мухамедшина А. В., Горев П. М.***

**Некоторые аспекты использования   
электронного учебника по математике в средней школе**

В статье авторы делают обзор основных аспектов использования электронных образовательных ресурсов в учебном процессе и, в частности более подробно, электронного учебника, и описывают технологию его создания.

Внедрение информационных технологий в образовательный процесс предоставляет учителю широкие возможности для проведения уроков, факультативов, элективных курсов. В первую очередь, это объясняется инновационными качествами, которыми обладают современные электронные образовательные ресурсы (ЭОР). Перечислим их.

1. *Интерактивность* (взаимодействие) обеспечивает расширение сектора самостоятельной учебной работы за счет использования активно-деятельностных форм обучения и наличия обратной связи. Обратную связь в триаде «педагог – ЭОР – обучаемый» разделяют на два основных вида: внешнюю и внутреннюю.

Внутренняя представляет собой информацию, которая поступает от ЭОР к обучаемому в ответ на его действия при выполнении заданий. Она дает возможность ученику сделать осознанный вывод об освоении определенного тематического блока; побуждает к рефлексии, является стимулом дальнейших действий, помогает оценить и скорректировать результаты учебной деятельности. Внутренняя обратная связь может быть консультирующей и результативной. Результативная обратная связь также может быть различной: от сообщения обучаемому информации о правильности решенной задачи до демонстрации правильного результата или способа действия.

Информация внешней обратной связи поступает к учителю, проводящему или контролирующему обучение, и используется им для коррекции как деятельности обучаемого, так и режима функционирования ЭОР [68].

2. *Мультимедийность.* Мультимедиа – это современная компьютерная информационная технология, позволяющая сочетать вербальную и наглядно-чувственную информацию: текст, графическое изображение, звук, анимацию, видео. Это способствует созданию благоприятного эмоционального фона, стимулирует учащихся к образованию и самообразованию.

3*. Моделинг* – имитационное моделирование с аудиовизуальным отражением изменений сущности, вида, качеств объектов и процессов, дающее адекватное представление фрагмента реального или воображаемого мира. Моделинг реализует реакции, характерные для изучаемых объектов и исследуемых процессов.

4. *Гипермедиа* – это гипертекст, подчеркивающий наличие в нем нетекстовых элементов: статистические изображения, анимационные фрагменты, аудио- и видеозаписи. Гипертекст – текст, содержащий ключевые слова-ссылки (гиперссылки) на другие источники информации. Представление учебного материала в гипертекстовой форме существенно изменяет его структуру и расширяет возможности. ЭОР имеют «нелинейные» информационные структуры благоприятные для реализации поисковой, исследовательской деятельности.

5. *Коммуникативность* – возможность непосредственного общения, обеспечивает оперативность представления информации, удаленный контроль состояния образовательного процесса. Данное свойство лежит в основе построения системы дистанционного обучения, в котором ЭОР являются основным звеном взаимодействия между учителем и учеником.

Таким образом, представленные инновационные качества позволяют рассмотреть ЭОР как новое средство обучения, направленное на повышение его эффективности и оптимизации образовательного процесса.

В настоящее время ЭОР активно внедряются в процесс обучения математике. Это обусловлено тем, что математика как наука характеризуется высоким уровнем структурной организации и наиболее развитой системой абстракции.

Рациональная структурная организация мыслительной деятельности, обусловленная применением электронных программных продуктов, способствует систематизации знаний школьников, формированию логического, абстрактного мышления, развитие закономерностей мыслительных операций – анализа, синтеза, сравнения, обобщения; пространственного воображения, алгоритмической культуры.

Применение ЭОР в школьном математическом образовании способствует:

* осуществлению перехода от репродуктивного процесса обучения к активно-деятельностному;
* организации разнообразных форм деятельности по самостоятельному извлечению и представлению знаний учащимися. В частности, использование ЭОР на занятиях по математике позволяет выстраивать индивидуальные образовательные траектории в соответствии с возможностями и потребностями учащихся. Такая траектория возникает в результате выбора личностно значимого содержания обучения, его сложности, типа заданий и их скорости изучения;
* повышению и стимулированию интереса школьников благодаря использованию мультимедийных технологий;
* реализации компетентностного подхода к изучению математики, активное использование ее прикладной составляющей.

Каким образом будет использован электронный программный продукт на учебных занятиях по математике, определяется не только его содержанием, функциональными возможностями и характеристиками. Безусловно, место и роль ЭОР в учебном процессе во многом определяет сам учитель. Современному учителю математики необходимо постоянно расширять свои знания по использованию информационных технологий в образовательном процессе, знакомиться с программными продуктами основных (доступных) изданий, иметь минимальные навыки работы с компьютером для самостоятельного создания электронных учебных материалов.

Сегодня представлен широкий спектр электронных ресурсов по математике. Однако при их использовании в учебном процессе возникают определенные трудности. Это обусловлено следующими причинами:

* большинство электронных образовательных продуктов являются однозадачными (направлены либо на изучение тем школьного курса без последующей проверки и коррекции знаний учащихся, либо представляют собой тренажеры по отработке навыков и умений);
* ни один образовательный электронный ресурс хотя бы частично не соответствует учебной программе, логике построения учебного процесса, используемой конкретным учителем;
* имеющиеся программные продукты не снабжены в полной мере необходимым методическим сопровождением, что, в свою очередь, также затрудняет использование электронного ресурса в образовательном процессе.

Таким образом, в настоящее время наблюдается противоречие между потребностью в разработке электронных образовательных ресурсов, их эффективному применению в учебном процессе и отсутствием целостной системы методических принципов, технологий создания и применения электронных образовательных ресурсов.

Решение обозначенной проблемы видится нами во внедрении в образовательный процесс электронных изданий, в частности, электронного учебника.

Электронный учебник (ЭУ) – это обучающая программа комплексного назначения, обеспечивающая непрерывность и полноту дидактического процесса; реализующая тренировочную, информационно-поисковую учебную деятельность, контроль уровня знаний, а также математическое и имитационное моделирование с компьютерной визуализацией при условии интерактивной обратной связи.

Структура ЭУ определяется следующими основными компонентами:

* обложка, титульный экран (лист);
* аннотация;
* оглавление;
* учебный материал (содержательная часть);
* исторические сведения изучаемой темы (предметного раздела);
* систему самопроверки знаний;
* словарь терминов;
* справочная система по работе с управляющими элементами учебника.

ЭУ по математике представляет собой совокупность тематических модулей, среди которых по функциональному назначению выделяют:

* *информационный модуль* – блок теоретического материала, разбитый на небольшие, логически завершенные учебные единицы, содержащие основную информацию, подлежащую усвоению;
* *практический модуль* содержит систему задач по каждой изучаемой теме; материал представлен в виде комплектов разноуровневых заданий;
* *модуль-контроль* включает задания, направленные на осуществление целенаправленного контроля по усвоению изучаемой темы; тесты, позволяющие проводить объективную оценку знаний учащегося.

Для достижения высокого уровня эффективности при создании ЭУ по математике необходимо учитывать следующие дидактические принципы.

1. *Научность –* достаточная глубина, корректность, достоверность изложения учебной информации. Процесс усвоения материала с помощью ЭУ необходимо осуществлять в соответствии с современными методами научного познания: эксперимент, сравнение, наблюдение, анализ и синтез, математическое моделирование.

2. Требование *доступности* означает соответствие степени теоретической сложности и глубины изучения материала с возрастными и индивидуальными особенностями учащихся.

3. *Наглядность* обучения *(компьютерная визуализация учебной информации)* – учет чувственного (зрительного) восприятия изучаемых объектов, макетов или моделей. Данный принцип реализуется на более высоком уровне, за счет виртуального моделирования, обеспечения интерактивности процесса обучения.

ЭУ по математике должен состоять из коллекции кадров, включающих в себя текстовую основу и визуализацию, облегчающую понимание и запоминание новых понятий, утверждений, теорем, алгоритмов и методов.

4. Принцип *сознательности* обучения реализуется через самостоятельные действия учащихся, направленные на извлечение учебной информации при четком понимании конечных целей и задач образовательного процесса.

5. Принцип *систематичности* и *последовательности* (*структурно-функциональная связанность*) в обучении математике при использовании ЭУ выражается через последовательное усвоение школьниками определенной системы знаний, в строго логическом порядке.

6. Принцип *прочности* находит отражение в глубоком осмыслении изучаемого материала, при детальном анализе его теоретической части и выполнения практических заданий [1].

Кроме указанных требований к ЭУ по математике предъявляются специфические, которые обусловлены развитием информационных технологий и особенностями изучения дисциплины. Главным образом, к ним относятся:

* требование *адаптивности* – ориентация ЭУ на индивидуальные возможности каждого ученика: уровень его знаний и умений, психологические особенности. Адаптация ЭУ предполагает возможность выбора школьником подходящего для него темпа изучения материала, диагностику уровня подготовленности ученика по конкретной теме (разделу) школьного курса математики;
* требование *интерактивности* – взаимодействие ученика с ЭУ, средства которого направлены на осуществление обратной связи, реализуемой за счет контроля и корректирующих действий со стороны учителя и самой программы.

Для обеспечения диалога между ЭУ и обучаемым помимо указанных принципов необходимо учитывать и его психолого-физиологические особенности. По данным исследований, в памяти человека остается 25% услышанного материала, около 33% увиденного, 50% увиденного и услышанного. Доля запоминаемого материала увеличивается до 75%, если школьник в процессе обучения вовлекается в активную деятельность.

Сегодня развитие информационных технологий предоставляет учителю новые возможности активизации познавательной деятельности учащихся на занятиях по математике. При этом одной из основных задач, стоящих перед педагогом, является создание максимально комфортных условий для усвоения новых знаний.

Для того, чтобы обучение математике с использованием ЭУ происходило в эмоционально-благоприятной атмосфере, с большей степенью эффективности, учителю необходимо знать и учитывать закономерности развития личности школьника, лежащие в основе каждого возрастного периода.

Основными психолого-физиологическими требованиями, предъявляемыми к ЭУ по математике, являются:

1. соответствие учебного материала вербально-логическому, сенсорно-перцептивному уровню когнитивного развития;
2. учет особенностей познавательных психических процессов:

* восприятие (преимущественно зрительное; слуховое, осязательное);
* внимание (устойчивость, концентрация, переключаемость, распределение, объем);
* мышление (теоретическое (понятийное, образное), практическое (наглядно-образное, наглядно-действенное));
* воображение;
* память (мгновенная, кратковременная, оперативная, долговременная);

1. ориентация на систему знаний обучающихся: материал необходимо излагать в доступной форме для конкретной возрастной группы.

Учет только психолого-педагогических требований при создании ЭУ не позволяет в полной мере добиться высоких результатов. Необходимым условием при технической реализации разработанного ЭУ является соблюдение эргономических требований.

Для конструирования программного продукта учителю математики, кроме владения элементарными основами обработки различных видов информации с помощью компьютера, также необходимо уметь грамотно и органично представлять материал на страницах ЭУ. В соответствии с этим, выделим эргономические требования, предъявляемые к ЭУ по математике:

* информация на экране, должна быть понятной, логически связной, распределенной на группы по содержанию и функциональному назначению;
* степень эффективности восприятия текста, объектов зависит от яркости самого объекта (текста), фона, на котором он представлен и общего контраста, определяемого цветовым соотношением указанных характеристик. Следует так же учитывать, что выбранная палитра дизайна ЭУ формирует определенный психологический настрой школьников на работу с программным средством.

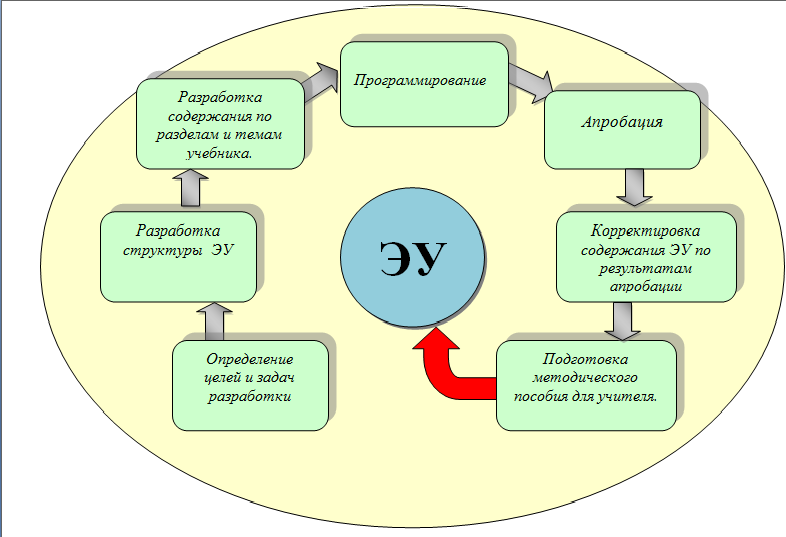
Рекомендуется использовать иллюстрации (таблицы, схемы, графики, диаграммы) при разъяснении особенно трудных вопросов учебного материала и для общего «оживления» всей информационной части ЭУ.

Вместе с тем, не стоит забывать, что чрезмерное употребление анимации, графической информации, излишнее звуковое сопровождение может привести к быстрой утомляемости учащихся, снижению внимания, отрицательно повлиять на продуктивность процесса обучения в целом [3, 4].

Рассмотренные нами теоретические основы конструирования ЭУ способствуют рациональному, осмысленному подходу к его реализации, позволяют достичь более высокого уровня конечного результата в виде эффективного современного средства обучения.

Технология создания ЭУ по математике является достаточно сложным процессом разработки и проектирования педагогических сценариев с последующей технической реализацией, включающим в себя следующие этапы:

* определение дидактических целей ЭУ;
* разработка структур и содержания;
* техническая реализация;
* апробация созданного ЭУ: выявление недостатков и их коррекция;
* разработка методических рекомендаций по использованию ЭУ в учебном процессе (схема 1).



*Схема 1*

Выделенные этапы полностью отражают многомерный процесс разработки и создания ЭУ. В практике преподавания нами разработан и апробирован в процессе подготовки выпускников к итоговой аттестации за курс основной (средней) школы ЭУ по теме «Наибольшие и наименьшие значения функции».

**Библиографический список**

1. Беспалько В.П. Учебник: отбор и организация содержания [Текст] / В.П. Беспалько // Школьные технологии. – 2006. – №5. – С.72-76.
2. Иванов В. Л. Структура электронного учебника [Текст] / В. Л. Иванов // Информатика и образование . – 2001. – №6. – С.63-72.
3. Колягин, Ю. М. Учебник как элемент компьютерно-ориентированной среды обучения в основной школе (на примере учебника математики) [Текст] / Ю. М. Колягин, Л. М. Короткова, В. Д. Скоробогатов // Школьные технологии. – 2008. – №3. – С.111-123.
4. Матрос, Д. Ш. Электронная модель школьного учебника [Текст] / Д.Ш. Матрос // Информатика и образование. – 2000. – №8. – С.35-37.

***Насибуллина Э. Ф., Шилова З. В.***

**К вопросу об изучении темы «Интеграл»  
в школьном курсе математики**

В статье дается различное понимание определенного интеграла с позиций решения прикладных задач физики. Доказываются свойства определенного интеграла средствами решения таких задач.

Одной из тем школьного курса математики, которая вызывает много споров, является «Определенный интеграл». Интеграл появился в школе вследствие реформ школьного математического образования конца 60-х – начала 70-х годов XX века, вводивших в школе элементы математического анализа. Специфика рассуждений, свойственная математическому анализу, привносит диалектичность в мышление учащегося, способствует формированию представлений о математике как развивающейся науке, позволяет учащимся совершить следующий шаг в обобщении полученных ими знаний из курса элементарной математики, а также открывает перспективу дальнейшего расширения имеющихся знаний. Все это способствует формированию качеств мышления, необходимых в настоящее время каждому образованному человеку, и отвечает социальным требованиям аспектам модернизации российского образования.

Однако практика показывает, что трудности, возникающие при изу­чении этой темы в средней школе, сохраняются. Причины трудностей – высокий уровень абстракции понятий, сложная логическая структура их определений, недостаточность времени для осмысления сложных вопросов.

Поэтому у учащихся не складывается целостного представления о понятии определенного интеграла, а остаются разрозненные, часто не свя­занные между собой сведения, что не только не способствует развитию математической культуры, но и затрудняет дальнейшее обучение в вузе.

Понятие интеграла является одним из основных в математике. Изучение этой темы завершает школьный курс математического анализа, знакомит учащихся с новым инструментом познания мира, а рассмотрение в школе применения интегрального исчисления к важнейшим разделам физики показывает учащимся значение высшей математики. Поэтому более широко привлекая задачи практического содержания при изучении данной темы, можно существенно улучшить понимание понятия интеграл учащимися и его большой прикладной значимости.

Необходимость связи между учебными предметами диктуется также ди­дактическими принципами обучения, воспитательными задачами школы, свя­зью обучения с жизнью, подготовкой учащихся к практической деятельности. Эти связи играют важную роль в повышении практической и научно-теоретической подготовки учащихся, существенной особенностью которой яв­ляется овладение школьниками обобщенным характером познавательной дея­тельности.

При формировании основного понятия (интеграла) необходимо учитывать, что оно даётся в достаточно общей, абстрактной форме. Потому главная трудность состоит в конкретизации, т. е. в умении видеть за математическими терминами и их определениями конкретные образы. Здесь большую помощь ученику должны оказать хорошо подобранные примеры.

Помимо знания определения понятия ученик должен, по возможности, иметь о них зрительное представление (например, определенный интеграл - перемещение точки за промежуток времени). Усвоенные физические образы, рисующие картину рассматриваемого явления, надолго остаются в памяти учащихся. Этому способствует решение задач, например, физического содержания.

При введении понятия интеграла как предела интегральных сумм учитель может использовать следующие задачи для иллюстрации.

1) *Задача о работе переменной силы.* Предположим, что на точку, движущуюся по оси *х*, действует некоторая сила *F*, направленная по той же оси. Мы знаем, что если сила *F* постоянна, то работа равна *Fs,* где *s –* путь, пройденный точкой. Предположим теперь, что *F* меняется от точки к точке и нам известно её значение *F(х)* в каждой точке *х* некоторого промежутка [*a*; *b*]. Как найти работу *А* по перемещению точки из *а* в *b*?

Решение. Разобьем отрезок [*a*; *b*] на *n* отрезков. Будем приближенно считать, что на каждом отрезке сила постоянна. В качестве постоянной силы на отрезке [*xk-*1; *xk*] можно взять значение функции *F* в одной из точек этого отрезка, например в точке *xk*. Работу на *k* – отрезке пути приближенно можно представить как произведение , а на всем отрезке – суммой:

** (1)

Таким образом, работу *А* по перемещению точки из *а* в *b* можно приближенно вычислять по формуле (1).

Сумму (1) называют интегральной суммой функции *F*(*x*)на отрезке [*a*;*b*]. При этом предполагается, что функция *F*(*x*) непрерывна на отрезке [*a*;*b*] и может принимать любые значения. Если  и длины отрезков разбиения стремятся к нулю, то интегральная сумма *An* стремится к некоторому числу, которое и называют интегралом от функции *F*(*x*) на отрезке [*a*;*b*] и обозначают.

2) *Задача о вычислении массы неоднородного стержня.* Дан прямолинейный неоднородный стержень, плотность которого в точке *x* вычисляется по формуле *p=p*(*x*)*.* Найти массу стержня.

Решение. Рассмотрим массу стержня на отрезке [*a*;*b*]. Разобьём отрезок на *n* равных частей. Будем приближенно считать, что на каждом отрезке плотность постоянна. В качестве постоянной плотности на отрезке [*xk-*1; *xk*] можно взять значение функции *р* в одной из точек этого отрезка, например в точке *xk*. Массу на *k*-отрезке приближенно можно представить как произведение , а на всем отрезке – суммой:

** (2)

Таким образом, массу стержня *m* можно приближенно вычислять по формуле (2). Точное значение массы стержня вычисляется по формуле . Далее вводится понятие интеграла, как предела суммы.

3) *Задача о перемещении точки.* Пусть по прямой движется материальная точка. Зависимость скорости от времени выражается формулой *v=v*(*t*)*.* Найти перемещение точки за промежуток времени [*a*;*b*].

#### Решение. Если бы движение было равномерным, то задача решалась бы очень просто: *s=vt*, то есть . Для неравномерного движения разобьём промежуток времени [*a; b*] на *n* равных частей. Рассмотрим промежуток времени [*tk-*1;*tk*] и будем считать, что в этот промежуток времени скорость была постоянной, такой как в момент времени *tk*: . Перемещение точки за промежуток времени [*tk-*1; *tk*] приближенно можно представить как произведение *.* Найдем приближенное значение перемещения ,где *Sk=v*(*t*1).Точное значение перемещения вычисляется по формуле . Далее вводится понятие интеграла, как предела суммы.

4) *Задача о давлении жидкости на стенку.* Бассейн высоты *H* наполнен водой. Вычислить давление воды на прямоугольную стенку бассейна с основанием прямоугольника, равным *а*.

Решение. Разделим высоту *Н* на *n* равных частей (Δ*h*). Стенка разделится на «элементы». Так как кубометр воды весит тонну, то давление столба жидкости высоты *hi* м, имеющего сечение 1 м2, равно *hi* тоннам. Давление же воды на элемент, находящийся на глубине *hi*, равно произведению *hi* на площадь элемента: . Обозначим произведение через *F*(*hi*). Тогда величина давления на всю стенку приближенно равна *.*

Данную сумму называют интегральной суммой функции и *F*(*h*)на отрезке [*0*;*H*]. При этом предполагается, что функция *F*(*h*) непрерывна на отрезке [*0*;*H*] и может принимать любые значения. Если  и высоты «элементов» стремятся к нулю, то точное выражение суммы равно . Его называют определенным интегралом от функции *F*(*h*) на отрезке [*0*;*H*] и обозначают .

Далее понятие определенного интеграла обобщается на произвольную непрерывную функцию *F*(*x*) и произвольный отрезок [*a*;*b*].

Такой подход к определению интеграла предполагает введение операции интегрирования как независимой операции; при этом интеграл определяется как предел последовательности, составленной из интегральных сумм.

С учениками решаются данные физические задачи, затем задача о площади криволинейной трапеции. После чего, обобщив полученные результаты, переходят к определению интеграла как предела интегральных сумм. Хотя данное определение громоздко, но идея метода наглядна (геометрическая интерпретация – площадь криволинейной трапеции). Вместе с определением интеграла получают и способ его вычисления.

Но, как известно, интеграл можно определять не только как предел интегральных сумм. Поэтому рассмотрим несколько задач, где интеграл определяется как приращение первообразной.

1) *Задача о перемещении точки.* Пусть  скорость прямолинейного движения точки, заданная на некотором промежутке времени [*t*1; *t*2]. При этом пусть *v*(*t*) *>* 0. Как выразится длина пути, пройденного точкой за данный промежуток времени?

Решение*.* Обозначим координату движущейся точки в момент *t* через *S*(*t*)*.* Тогда, так как движение при *v>0* происходит только в положительном направлении (или иначе, т. к. *S*(*t*) – функция возрастающая, ввиду того, что ), то искомое расстояние будет выражаться числом *S*(*t*2)*–S*(*t*1)*.* С другой стороны *S*(*t*) есть первообразная функции . Таким образом, вычисление длины пути, пройденного точкой за данный промежуток времени, сводится к отысканию первообразной *S*(*t*) функции *v*(*t*), т. е. к интегрированию функции *v*(*t*).

Разность *S*(*t*2)*–S*(*t*1) называют интегралом от функции *v*(*t*) на отрезке [*t*1;*t*2] и обозначают так: .

2) *Задача об импульсе силы.* Пусть на тело массой *m* в течение времени *t* действует какая-то сила *F(t)*. Найти количество движения тела при заданной зависимости силы от времени за промежуток времени [*t*1; *t*2].

Решение. Как известно из физики второй закон Ньютона в импульсном представлении выражает уравнение . Произведение  массы на скорость называется «количеством движения». Так как скорость тела зависит от времени, то за промежуток времени [*t*1; *t*2] искомое количество движения может быть найдено так: . С другой стороны *Р*(*t*)есть первообразная функции *F*(*t*). Таким образом вычисление количества движения тела за данный промежуток времени, сводится к отысканию первообразной *Р*(*t*) функции *F*(*t*). Разность *P*(*t*2)*–P*(*t*1) называют интегралом от функции *F*(*t*) на отрезке [*t*1;*t*2] и обозначают так: .

Величина называется также «импульсом силы» за время [*t*1; *t*2].

*3) Задача о количестве электричества.* Представим себе переменный ток, текущий по проводнику. Вычислим количество электричества, протекающего за интервал времени [*a*; *b*] через сечение проводника.

Решение. Если бы сила не менялась со временем, то изменение количества электричества *q* равнялось бы произведению .Пусть задан закон изменения  в зависимости от времени. Тогда количество электричества, протекающего за интервал времени [*a*;*b*], равно . С другой стороны на малом промежутке времени можно считать силу тока постоянной и равной *I*(*t*)*,* а , следовательно, вычисление количества электричества за данный промежуток времени, сводится к отысканию первообразной функции *I*(*t*).

Разность  называют интегралом от функции *I*(*t*) на отрезке [*a*;*b*] и обозначают так: .

Этот подход к определению интеграла предполагает введение операции интегрирования как операции, обратной дифференцированию. При этом формула Ньютона-Лейбница практически служит определением интеграла.

Однако в этом случае идея метода суммирования отходит на второй план. Недостаток этого подхода состоит в том, что появляются затруднения при изучении приложений интеграла. В итоге все-таки приходится рассматривать интеграл как предел интегральных сумм, чтобы получить единый, достаточно общий метод решения задач геометрии, механики, электродинамики и других разделов физики.

Все вышерассмотренные задачи – это наиболее часто встречающиеся в школьном курсе физики законы и формулы, поэтому они не требуют от учащихся дополнительных знаний по физике, а, следовательно, удовлетворяют как принципу научности, так и принципу доступности материала.

Кроме того, при изучении интеграла существенным является отбор свойств, которые необходимо знать ученикам. Их должно быть достаточно для рассмотрения приложений интеграла и в то же время не должны вводиться свойства, без которых можно обойтись в дальнейшем.

Ниже приведенные свойства интеграла рассматриваются на различных физических задачах.

10. . (3)

Рассмотрим доказательство данного свойства на задаче о перемещении точки. (Пусть по прямой движется материальная точка. Зависимость скорости от времени выражается формулой *v=v*(*t*). Найти перемещение точки за промежуток времени [*a*;*b*].)

При введении интеграла рассматривается случай, когда нижний предел интегрирования меньше верхнего. Но определенный интеграл можно обобщить и на случай, когда верхний предел меньше нижнего. В этом случае обратимся к определению интеграла как суммы. Разбивая отрезок от [*a*;*b*] промежуточными значениями , убедимся, что все Δ*t* теперь отрицательны. Легко убедиться, что, (1) так как при любом разбиении отрезка [*a*;*b*] соответствующие суммы будут отличаться знаками всех Δ*t* во всех слагаемых.

20. Свойство аддитивности интеграла: .

Докажем свойство на примере той же задачи о перемещении точки. Существенное свойство интеграла состоит в том, что область интегрирования можно разбить на части: путь, пройденный за время от *а* (начала) до *b* (конца), можно представить как сумму пути, пройденного за время от *a* до *c* (промежуточного момента) и от *c* до *b.*

 (4)

При помощи соотношения (3) можно распространить формулу (4) и на случай, когда *с* не лежит внутри промежутка [*a*;*b*].

Пусть *c>b>a*. Тогда очевидно .

Перенесем последнее слагаемое в левую часть и воспользуемся (3):

. (5)

Таким образом, получили равенство (5), в точности совпадающее с (4).

Аналогично можно рассмотреть случаи другого расположения чисел *a*, *c*, *b* (их всего шесть вариантов). Учащиеся легко могут самостоятельно убедиться, что формула (4) оказывается верной во всех этих случаях, т. е. независимо от взаимного расположения чисел *a*, *c*, *b*.

30. Свойства линейности интеграла : ,

.

Рассмотрим доказательство этих свойств на примере задачи о работе переменной силы и задачи о давлении жидкости на прямоугольную стенку бассейна.

3.1. Пусть к материальной точке, движущейся по оси *х*, приложены две силы *F*1(*x*) и *F*2(*x*)*,* направленные по одной прямой в одну сторону. Под действием этих сил материальная точка переместилась из точки *а* в точку *b*, при этом работа каждой силы на этом отрезке вычисляется по формулам:  и . Тогда общая работа, совершенная обеими силами равна

. (6)

С другой стороны, если к телу приложены две силы *F*1(*x*) и *F*2(*x*)*,* направленные по одной прямой в одну сторону, то их равнодействующая *F*(*x*) находится по формуле . Работа этой силы равна

. (7)

В силу равенства левых частей в формулах (6) и (7), получаем равенство правых, то есть.

Нетрудно показать, что данное свойство выполняется для любого конечного числа сил, действующих на точку и направленных по одной прямой в одну сторону. Это свойство показывает, что интеграл суммы нескольких слагаемых разбивается на сумму интегралов отдельных слагаемых.

Если же к материальной точке, движущейся по оси *х*, приложены две силы  и *,* направленные по одной прямой, но в противоположную сторону, то их равнодействующая *F*(*x*) при  находится по формуле *.* Тогда верно следующее равенство

.

3.2. Ранее был приведен метод введения интеграла, основанный на рассмотрении задачи о давлении жидкости на прямоугольную стенку бассейна с основанием *а*, в результате решения которой получена формула

, (8)

где *а* – величина постоянная, равная ширине стенки бассейна.

Разделим прямоугольную стенку бассейна на *а* прямоугольников с основанием, равным единице. Тогда весь бассейн также разделится на *а* равных частей, при чем давление на прямоугольную стенку с основанием, равным единице в каждой части будет вычисляться по формуле. Учитывая, что во всех частях давление одно и то же и всего частей *а*, то общее давление равно

. (9)

В силу равенства левых частей в формулах (8) и (9), получаем равенство правых, т. е. .

Данное равенство можно обобщить на произвольную непрерывную функцию *F*(*x*) и произвольный отрезок [*a*;*b*], т.е. .

40. Если на отрезке [*a*;*b*], то .

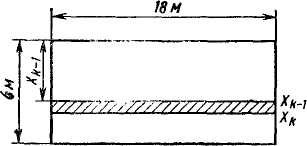
Докажем данное свойство с помощью задачи о массе стержня. При введении понятия интеграла с помощью задачи о вычислении массы неоднородного стержня была получена формула .

Как известно, плотность вещества – это физическая величина, показывающая, чему равна масса вещества в единице объема, следовательно, это величина неотрицательная. С другой стороны, масса вещества есть также величина неотрицательная. Таким образом, получаем: если подынтегральная функция неотрицательна на рассматриваемом отрезке, то.

Используемые в доказательствах свойств интеграла физические модели, во-первых, наглядны, во-вторых, при соответствующей методике введения понятия интеграла, данная методика введения свойств заставляет постоянно повторять пройденное, вспоминать выведенные при введении формулы. Все это удовлетворяет принципу прочности знаний и наглядности в обучении.

После решения физических задач можно доказать все рассмотренные свойства интеграла на основе геометрического смысла интегральной суммы и площадей криволинейных трапеций, что позволит подчеркнуть связь математики и физики, а также будет способствовать лучшему усвоению учащимися свойств интеграла.

Кроме того, можно использовать задачи из различных разделов физики для отработки навыков интегрирования.



*Рис. 1*

**1. Использование свойств интеграла**

№1. Вычислите силу давления воды на вертикальный прямоугольный шлюз с основанием 18 м и высотой 6 м (рис. 1).

Решение. Сила давления воды зависит от глубины *х* погружения площадки: , где *а* – площадь площадки. Получаем (т).

№2. Тело брошено с поверхности Земли вертикально вверх с начальной скоростью *v0.* Какова наибольшая высота, достигаемая телом?

Решение. Скорость тела в любой момент времени *t* движения равна разности начальной скорости и скорости *gt*, вызванной ускорением, определяемым силой тяжести: . Движение вверх будет происходить при , то есть при . Таким образом, максимальная высота полета равна .

**2. Введение новой переменной**

№1. Задан закон изменения скорости движения материальной точки по прямой: (время *t* в секундах, скорость *v* в метрах в секунду). Какой путь пройдёт точка за 13 сек. от начала движения (*t*=0)?

Решение. В качестве новой переменной введем величину, стоящую в скобках. Назовем её *z*, *z=*2*t+*1. При этом надо также от дифференциала *dt* перейти к дифференциалу *dz*. Получим . Вычислим сначала неопределенный интеграл, 

Таким образом,  м/c.

№2. Вычислить количество электричества, протекающее через цепь за промежуток времени [0,01;1], если ток изменяется по формуле .

Решение. За элементарный промежуток времени протекает количество электричества . В качестве новой переменной введем величину, стоящую в скобках. . Тогда . Значит, общее количество электричества равно



№3. Точка движется по прямой. В начальный момент времени *t=*1 сек. её скорость равна 1 м/с, а затем уменьшается по закону . Найдите длину пути, пройденного точкой за 4 сек. от начального момента времени.

**3. Интегрирование путем подстановки (внесением под знак дифференциала)**

№1. Найти величину давления на полукруг, вертикально погруженный в жидкость, если его радиус равен *R*, а верхний диаметр лежит на свободной поверхности жидкости; удельный вес жидкости равен .

Решение. Проведем горизонтальную полоску на глубине *х*. Сила давления жидкости на эту полоску равна . Таким образом, . Заметим, что 2*xdx=dx2*, тогда

.

№2. Конец трубы, погруженной горизонтально в воду, может быть закрыт заслонкой. Определить давление, испытываемое этой заслонкой, если её диаметр равен 60 см, а центр находится на глубине 15 м под водой.

Рассмотрим несколько **нетривиальных примеров применения интеграла в физике**. Решение данных задач поможет учащимся осознать большую прикладную значимость интеграла, а также позволит сформировать зрительные образы понятию интеграла.

№1. На прямой расположены материальная точка массы *m* и однородный стержень массы *M* и длины *l*. Точка удалена от концов стержня на расстояния *c* и *c+l*. Определить силу гравитационного притяжения между стержнем и точкой.

Решение. Разобьем отрезок [*c*;*c+l*] на большое число отрезков. Если отрезки эти малы, то массу каждого из них можно считать точечной и силу гравитационного притяжения между таким отрезком и массой *m* вычислять по закону всемирного тяготения. Если длина отрезка равна Δ*х*, а расстояние его от начала координат равно *х*, то сила гравитационного притяжения равна Δ*х*.

Суммируя полученные для каждого отрезка значения силы гравитационного притяжения, мы получим представление искомой силы в виде суммы тем более точное, чем мельче отрезки, на которые мы разбивали отрезок [*c*;*c+l*]. В пределе получим .

№2. Стержень *АВ* вращается в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси *ОО'* с угловой скоростью=10 рад/с. Поперечное сечение стержня *S*=4см2, длина его *l =* 20 см, плотность материала, из которого он изготовлен, кг/м3. Найти кинетическую энергию стержня.

Решение. Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, равна , где  – угловая скорость, а *J* – момент инерции относительно оси вращения. Момент инерции стержня относительно оси равен , отсюда кинетическую энергию стержня можно найти по формуле: =4,2 (Дж).

№3. Найти давление воды на плотину, если вода доходит до её верхнего края и если известно, что плотина имеет вид трапеции с высотой *h*, верхним основанием *а* и нижним основанием *b*.

Решение. Рассмотрим элементарный слой, находящийся на глубине *х* и имеющий высоту *dx*. Легко доказать, что длина этого слоя равна . Поэтому его площадь *dS* равна , а давление *dP* на него равно . Всё давление на плотину выражается интегралом

.

№4. Найдите работу переменного тока, изменяющегося по формуле  за промежуток времени, если сопротивление цепи равно *R*.

Решение. Как известно из физики, в случае постоянного тока мощность выражается формулой . Обозначим, . Поэтому, учитывая, что , имеем: 



№5. Два точечных электрических заряда +10-4 и –10-4 Кл находятся на расстоянии 10 см друг от друга. Найдите работу, необходимую для того, чтобы развести их на расстояние 10 км.

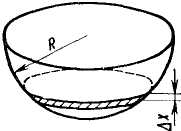
Решение. Сила взаимодействия *F* между зарядами равна (*a=kq*1*q*2, где Нм2/Кл2). Тогда работа этой силы, когда заряд *q*1 неподвижен, а заряд *q*2передвигается по отрезку [0,1; 10000] м, равна



№6. Какую работу требуется выполнить, чтобы с помощью ракеты тело массы *m* поднять с поверхности Земли, радиус которой *R*, на высоту *h*?

Решение. На тело массы *m* по закону всемирного тяготения действует сила , где *M* – масса Земли, а *r* – расстояние тела от центра Земли. Поэтому

На поверхности же Земли, то есть при *r=R* имеем *F=mg,* то есть  и . Отсюда .



*Рис. 2*

№ 7. Бак, имеющий форму полусферы радиу­са *R,* целиком заполнен водой. Какую работу надо затратить, чтобы полностью выкачать воду из бака (рис. 2)?

Решение. Разобьем отрезок [0; *R*] на *п* отрезков равной длины точками 0*=х*0 < *х1* < < *х2* < ... < *хп* = *R* и соответственно разре­жем мысленно содержимое бака на *п* слоев. Приняв каждый такой слой примерно за круговой цилиндр, найдем объем *k*-го слоя: .

Таков же численно будет и его вес. Для поднятия этого слоя до верха бака требуется затратить работу *Ак,* равную приблизительно .

Заметим, что по мере измельчения отрезка [0; *R*] точность полученной  формулы будетувеличиваться, перейдем к пределу, в результате чего получим точ­ную формулу: .

Таким образом, решение представленных задач формирует такие специальные качества, как умение строить математические модели реальных процессов и явлений, исследовать и изучать их, а, следовательно, способствует развитию мышления, памяти, внимания и речи учащихся.

Кроме того, использование физических задач для изучения интеграла в школьном курсе алгебры и начал анализа позволять сформировать наглядные образы изучаемого понятия, повысить осознанность усвоения темы. В свою очередь, в физике интеграл используется как средство решения задач. Отметим, что без понимания сути данного понятия, его свойств осознанное решение задач физики невозможно. Учителю необходимо регулярно осуществлять и подчеркивать тесную связь математики и физики как в ходе изучения темы «Интеграл», так и при решении физических задач.

**Библиографический список**

1. Виленкин Н. Я. Математический анализ. Интегральное исчисление [Текст]: уч. пособие для студентов-заочников II курса физико-математических факультетов педагогических институтов / Н.Я. Виленкин, Е.С. Куницкая, А.Г. Мордкович. – М.: Просвещение, 1979.

2. Задачи как средство обучения алгебре и началам анализа в X классе [Текст]: уч. пособие / сост. Е.С. Канин. – Киров: КГПИ имени В.И. Ленина, 1985.

3. Задачник по курсу математического анализа [Текст]: уч. пособие для студентов заочн. отделения физ.-мат. фак-тов пединститутов. Ч. I / под ред. Н.Я. Виленкина. – М.: Просвещение, 1971.

4. Зельдович Я. Б. Высшая математика для начинающих и её приложения к физике [Текст]: уч. пособие для физико-математических средних школ и проведения факультативных занятий / Я. Б. Зельдович. – М.: Наука, 1970.

5. Колмогоров А. Н. Алгебра и начала анализа [Текст]: учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / А. Н. Колмогоров [и др.]. – М.: Просвещение, 1998.

6. Мордкович А. Г. Алгебра и начала анализа [Текст] Ч. I: учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. Учреждений / А.Г. Мордкович. – М.: Мнемозина, 2003.

***Родионова О. Л., Горев П. М.***

**Интеграция математических и естественнонаучных знаний   
в учебных проектах учащихся профильной школы**

В статье описаны возможности синтеза интегративного подхода и технологии проектной деятельности при обучении школьников математике и естественнонаучным дисциплинам. Интерес представляет перечень возможных проектов для интеграции знаний.

Международные исследования показывают, что одной из проблем современного математического образования является неумение школьниками применять средства математического аппарата при решении практических задач. В то же время, современная наука требует привлечения комплексных, синтетических знаний из различных ее областей. Вследствие этого возрастает роль межпредметной интеграции как средства развития интеллектуальных творческих способностей учащихся. Именно поэтому встает вопрос об интегративном подходе к преподаванию различных предметов в школе, который способствует выработке системы знаний, четкому видению школьниками общих для разных предметов идей, и формировании нового, интегративного способа мышления, необходимого для жизнедеятельности человека в обществе [1].

Кроме того, для успешной интеграции в социум и адаптации в нем выпускнику современной школы необходимы практико-ориентированные знания [13]. Поэтому здесь особую актуальность приобретает использование в педагогическом процессе методов и методических приемов, позволяющих сформировать у учащихся навыки самостоятельного активного поиска, сбора и анализа необходимой информации, умения выдвигать гипотезы, делать выводы и строить умозаключения [10]. Помимо этого, при интегративном подходе в методике обучения должны использоваться активные методы и формы, позволяющие интегрировать знания и способы деятельности различных наук, направляющие школьников на самостоятельный творческий поиск, исследование [6]. К таким методам может быть отнесено использование проектных технологий. Математические и естественнонаучные дисциплины (прежде всего в их межпредметных связях) дают широкий простор для эффективного применения метода проектов, а это, в свою очередь, способствует освоению необходимых школьнику знании и формированию умений и навыков.

Уроки, построенные на основе интегративного подхода, развивают потенциал учеников, стимулируют познание ими окружающей действительности, развивают у них логику мышления, коммуникативные способности. Именно такая подготовка, включающая использование проектных технологий и межпредметных связей, обеспечивает конкурентоспособного специалиста в интегрированном информационном пространстве современного общества [2].

В основе метода проектов лежит развитие познавательных навыков учеников, умения самостоятельно конструировать свои знания, умения ориентироваться в обширном информационном пространстве, анализировать полученную информацию, умения самостоятельно выдвигать гипотезы, принимать решения (поиск направления и методов решения проблемы); развитие критического мышления, способность осуществлять исследовательскую и творческую деятельность [13]. При разработке, создании и защите проекта учитель является не носителем готовых знаний, а организатором деятельности учеников, он не дает решение проблемы, а направляет на его самостоятельный поиск.

Известные педагоги Я. А. Каменский, К. Д. Ушинский и др. выделяли особую важность межпредметной взаимосвязи для отражения целостной картины природы в представлениях школьников, для создания структурированной системы знаний и правильного миропонимания, отмечали необходимость обобщенного системного познания и полноты познавательного процесса [4].

Тем не менее, Г. К. Селевко в главе «Педагогические технологии на основе дидактического усовершенствования» Энциклопедии образовательных технологий пишет, что традиционное содержание школьного образования (особенно естественнонаучного) раздроблено и далеко от реализации идей синергетики, которые «позволяли бы наиболее полно проиллюстрировать единство всего сущего, построить единую процессуальную модель мира, ... в которой все – неживая и живая природа, жизнь и творчество человека, общество и культура – взаимосвязано и подчинено единым вселенским законам» [15, стр. 479].

Математические и естественнонаучные дисциплины как никакие другие требуют использования интеграции в процессе обучения, поскольку именно они направлены на формирование целостных представлений об окружающем материальном мире, о связи между предметами на основе ведущих идей и понятий [6].

И. С. Сергеев в книге «Как организовать проектную деятельность учащихся» [16] делит все учебные дисциплины на два вида. Он пишет: «Ведущую роль в логике построения образовательного процесса на предметах, формирующих систему специальных и общеучебных знаний и умений учащихся, занимает содержание обучения. Систематическое построение учебной программы – условие высокого качества знаний «на выходе» – диктует жесткий отбор форм и методов обучения. В обыденном сознании это «серьезные» предметы, такие как география, биология, химия, физика, математика. На уроках этой группы метод проектов имеет относительно низкую эффективность, что доказала и мировая, и отечественная практика» [16, стр. 33]. По словам автора, реализация проектной деятельности по этим дисциплинам лучше всего происходит в форме межпредметных проектов. Выделяя второй вид учебных дисциплин, И. С. Сергеев пишет: «Преподавание предметов, ориентированных на формирование компетентностей (информационной, коммуникативной и др.) не только допускает, но и требует введения метода проектов как в классно-урочную, так и во внеурочную деятельность учащихся» [16, cтр. 33]. К таким дисциплинам он относит информатику, экологию, экономику и некоторые другие гуманитарные предметы. Таким образом, очевидно, что для повышения эффективности применения метода проектов в обучении математике необходима ее интеграция с другими школьными предметами, в частности с естественнонаучными дисциплинами.

Подавляющее большинство учителей используют межпредметные связи математики с другими школьными предметами в том случае, если изучаемая тема имеет явную практическую значимость или реальное представление в жизни. По-видимому, иной материал остается оторванным от реальных практических применений математических знаний, а, следовательно, проблема интеграции лишь обозначается, но не решается. Исправить это можно, используя синтез интегральной и проектной образовательных технологий.

В построении интегральных образовательных технологий существует достаточное разнообразие конкретных решений – моделей, отличающихся по тем или иным параметрам. В свою очередь учебный проект в них может выступать интеграционной основой для нескольких учебных предметов.

Одним из путей реализации модели «Интегрирование учебных дисциплин»[[1]](#footnote-1), заключающейся в объединении предметных систем различных наук, может являться метод проектов. Например, в настоящее время в школьную практику входит изучение такого предмета как «Естествознание», а также введение элективного курса «Основы естественнонаучного познания мира», которые объединяют такие дисциплины, как математика, физика, химия и биология. Здесь особую эффективность приобретает разработка исследовательских проектов. Это объясняется тем, что проект становится базовой платформой для переработки материала таким образом, чтобы и естествознание, и основы естественнонаучного познания мира представляли собой дисциплину, в которой различные разделы науки объединены между собой на единой логической основе [15, стр. 481]. Кроме того, в рамках интегрированных дней или недель, посвященных тем или иным дисциплинам, можно осуществлять защиту межпредметных проектов, которые были подготовлены заранее.

Временная модель интегрирования учебных предметов – модель «синхронизации» параллельных программ, учебных курсов и тем – позволяет синхронизировать программы, построенные так, чтобы по интегрируемым предметам в данное время изучались темы, близкие по содержанию или по какому-либо другому признаку. Метод проектов здесь может служить средством, позволяющим закрепить, обобщить и углубить знания учащихся по интегрированным дисциплинам.

Модель межпредметных связей дает возможность согласовать учебные программы, что обусловлено содержанием наук и дидактическими целями. Проектные технологии в этом случае могут использоваться непосредственно на уроке математики в виде краткосрочных проектов, которые были бы направлены на обучение школьников методам исследовательской деятельности, открытию новых фактов, установлению взаимосвязей между дисциплинами [15].

Кроме того, А. Н. Лямин выделяет урок – защиту проектов, как специфическую форму интегративного обучения [6].

Те или иные математические методы и понятия могут быть применимы и использованы в самых различных науках. Однако нельзя утверждать об обратном. Поэтому при подготовке к использованию проектных технологий в обучении математике важно выделить, чем будет являться математика в данном межпредметном проекте: или математика как источник методов изучения другой науки, или математика как равноправная составляющая. Второй случай наиболее часто встречается при интеграции математики и физики, поскольку физика способствовала развитию некоторых важных областей математики.

В связи с этим можно выделить три вида межпредметных проектов по результатам интеграции дисциплин в нем:

1) ассимиляционные (слияние средств и методов базовой науки со стороны соучаствующей интеграции науки);

2) конгломерирующие (соединение взаимодействующих наук на основе одной из них);

3) синтезирующие (формирование новой интегративной науки) [6].

Стоит отметить, что наиболее распространенными в математическом образовании являются ассимиляционные и конгломерирующие. Это связано с тем, что математика имеет ряд принципиальных отличий от естественных наук, что мешает их синтезу и взаимопроникновению (односторонность интеграции). Однако элементы синтезирующих проектов (двусторонняя интеграция) могут проявляться при разработке проектов по математике и более чем двух естественнонаучных дисциплин (например, математика и биофизика, биохимия и т. п.).

Проектно-исследовательская деятельность по математике, интегрирующая ее с естественнонаучными дисциплинами, может обладать различной степенью интеграции (в зависимости от профиля) и широко применяться как непосредственно на уроке, так и в дополнительном образовании.

Отличительной особенностью такой проектной деятельности является то, что учитель контролирует процесс разработки проекта, более активно участвует в его создании. Это связано с тем, что время на уроке (или нескольких уроков) строго ограничено, а базовый материал должен быть усвоен каждым учащимся. Здесь мы видим определенную сложность применения метода проектов непосредственно на уроке математики. Однако при умелой организации процесса создания проекта и правильно выбранном его продукте этот метод достаточно эффективен, т. к. позволяет создать условия для формирования у учащихся навыков выделения проблемы, поиска способов ее решения, добычи информации (это может быть учебник, дополнительные материалы; доступ к школьной электронной библиотеке, если урок проходит в компьютерном классе и т. п.), ее обобщения, представление выводов в виде некоторого конечного продукта.

Проектно-исследовательская деятельность по естественнонаучным и математическим дисциплинам имеет наибольшую эффективность в дополнительном математическом образовании, особенно в форме интегрированных проектов. Это объясняется тем, что тематика не ограничивается ни школьным материалом, ни временем, ни отсутствием доступа к некоторым источникам информации, которые на уроке использовать в полной мере невозможно (материалы, которые встречаются только в библиотечных фондах, получение данных в результате долгосрочных наблюдений и др.).

В. В. Гузеев предлагает ввести в школьную практику «недели проектов», которые уже несколько десятилетий практикуются за рубежом. В ходе таких мероприятий учащиеся не ограничены рамками предметов и могут в обобщенной форме применить комплекс полученных знаний [3].

Кроме того, в профильном и предпрофильном обучении метод межпредметных проектов может быть использован в качестве основного на занятиях элективных и межпредметных (профориентационных) курсов.

1. **Возможная тематика межпредметных проектов по математике и другим дисциплинам.**

Физика в средней школе является основным предметом, где осуществляются разнообразные приложения математики. «Вместе с тем, – пишет известный физик-методист А. А. Пинский в статье «Математическая модель в системе межпредметных связей», – физика обеспечивает математику практически неограниченным учебным материалом, анализ которого требует разностороннего применения математических методов. Поэтому содержательные связи физики и математики целесообразно трансформировать в межпредметные связи, реализуемые на уроках в методах обучения» [8, стр. 110]. В таблице 1 мы представили ряд тем проектов, интегрирующих физику и математику[[2]](#footnote-2).

*Таблица 1*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Название проекта*** | ***Класс*** | ***Вопросы по  математике*** | ***Вопросы по  физике*** | ***Возможный  результат*** | ***Вид*** |
| Измерение физических величин. Измерительные приборы | 9-10 | Математические методы вывода формул | Физические величины и способы их вычислений | Портфолио | А |
| Способы вычисления объема тела | 11 | Объем тела  вращения | Вычисление объема тела физическими методами | Разработка собственных методов вычисления объема тела | А |
| Доказательство математических теорем с помощью физических понятий |  | Математические теоремы | Физические понятия | Доказательство теорем и их презентация | А |
| Математическое моделирование в физике |  | Математическое  моделирование | Пузырьковая модель кристалла, модель абсолютно твердого тела и т. д. | Создание модели и ее презентация | К |
| Вектор в математике и физике | 10-11 | Вектор | Векторные величины | Стенгазета, портфолио и т. п. | К |
| Комплексные числа в физике | 9-10 | Комплексные числа | Проблемы теорий тепла, света и т. д. | Стенгазета, портфолио и т. п. | А |
| Симметрия в физике | 9-10 | Симметрия | Симметрия в физике, решение физических задач | Портфолио, система гипотез, решение задач и т. д. | К |
| Геометрия в физике | 10 | Решение геометрических задач | Зубчатая передача, уголковые отражатели и т. д. | Создание модели и ее презентация | К |
| Конические сечения в физике и их математические свойства | 10 | Конические сечения | Технические средства на основе конических сечений | Проект технического средства | К |
| Физические задачи на оптимизацию | 10 | Элементы дифференциального исчисления | Физические задачи | Решение задач | К |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Функции в физике |  | Функции | Процессы выравнивания, трос равного сопротивления и др. | Обработка практических результатов | А |
| Резонанс |  | Тригонометрические функции, дифференциальное исчисление | Явление резонанса | Поиск применения резонанса в технике и быту | К |
| Путешествия во времени и их математическое описание | 11 | Симметрия | Теория относительности | Система гипотез, портфолио, стенгазета | К |
| Математические основы волновой оптики | 11 | Интегральное и дифференциальное исчисление | Явления волновой оптики | Поиск сфер применения явлений | К |
| Необратимость тепловых явлений и статистика | 11 | Статистика | Тепловые явления | Статистическая обработка данных | А |

Широкое применение математических методов определило появление математической химии. Ф. А. Тихомирова пишет: «Взаимодействие химии и математики можно рассматривать как процесс односторонний. Химия практически не способствовала развитию новых областей математики, а заимствовала разработанные ранее разделы математической науки» [17]. Именно поэтому нельзя говорить о приложении химии в математике. Следовательно, и возможные интеграционные проекты содержат материал по химии, в котором, так или иначе, применяются математические методы. В таблице 2 мы представили возможную тематику таких межпредметных проектов.

*Таблица 2*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Название проекта*** | ***Класс*** | ***Вопросы по  математике*** | ***Вопросы по  химии*** | ***Возможный  результат*** | ***Вид*** |
| Математическое моделирование в химии | 10-11 | Математическое  моделирование | Химические явления | Структурированная система математико-химических моделей | К |
| Язык химии и математики | 9 | Символьные обозначения математики | Символьные обозначения химии | Портфолио | К |
| Функции в химии | 10 | Функции | Химические явления | Обработка практических результатов | А |
| Дифференциальные уравнения в химии | 11 | Дифференциальные уравнения | Химические процессы | Решение дифференциальных уравнений | А |
| Графы в химии | 9 | Графы | Изображения химических структур | Презентация, брошюра по использованию графов в химии | А |
| Комбинаторные методы органической химии | 10 | Элементы теории вероятностей  и статистики | Изомерия | Презентация, портфолио и т. п. | А |
| О плоскостях симметрии химических реакций | 9-10 | Симметрия | Химические реакции | Презентация, портфолио и т. п. | А |
| Геометрические тела, образуемые молекулами | 10-11 | Геометрические тела | Химические вещества | Решение геометрических задач и их творческое оформление | А |
| Химия и логика | 9-10 | Логические понятия | Изомерия | Структурная схема | К |

Как и относительно химии, нельзя говорить о вкладе биологии в математику. Живые существа с их саморегуляцией, способностью к приспособлению, целенаправленной активностью и сложными схемами поведения труднее ограничить рамками общих математических законов. Однако математическое моделирование открывает огромные возможности в развитии областей, которые интегрируют эти науки. При этом математические методы, применяемые в биологии, самые разнообразные, но большинство из них выходит за рамки школьных программ по математике и относится к решению специфичных биологических проблем.

С другой стороны ни экспериментальное изучение сложных биологических систем, ни простое наблюдение за изменением их свойств в процессе жизнедеятельности, ни создание моделей подобных систем невозможно без адекватного математического описания. В связи с этим в средней школе необходима интеграция биологии и математики, и одним из средств ее реализации является проектно-исследовательская деятельность.

Приведем примеры проектов по математике и биологии (таблица 3).

*Таблица 3*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Название проекта*** | ***Класс*** | ***Вопросы по  математике*** | ***Вопросы по  биологии*** | ***Возможный  результат*** | ***Вид*** |
| Дифференциальные уравнения в биологии | 11 | Обыкновенные дифференциальные уравнения | Задачи определения характеристик биологических систем | Творческое оформление результатов | К |
| Математическая обработка экспериментальных данных | 10-11 | Статистика | Изучение совокупности однородных биологических процессов и объектов | Обработка статистических данных | А |
| Вероятностный характер законов генетики | 11 | Элементы теории вероятностей | Законы генетики | Обработка экспериментальных данных | А |
| Законы органического роста и выравнивания | 9 | Прогрессии | Интенсивность размножения особей | Творческое оформление результатов | А |
| Числа Фибоначчи в биологии, Золотое сечение в биологии | 9-10 | Числа Фибонначи, золотое сечение | Биологические зависимости | Творческое оформление результатов | А |
| Симметрия в биологии | 9-10 | Симметрия | Симметрия в биологии | Система гипотез, творческое оформление результатов | А |

После рассмотрения возможных тем проектов по математике и физике, математике и химии, математике и биологии, приведем примеры проектов по математике и географии (таблица 4).

*Таблица 4*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Название проекта*** | ***Класс*** | ***Вопросы по  математике*** | ***Вопросы по  географии*** | ***Возможный  результат*** | ***Вид*** |
| Метод триангуляции в геодезии», Измерения на местности | 9-10 | Геометрия | Измерения на местности | Разработка математических методов географических измерений на конкретной территории | А |
| Геодезический инструментарий |  | Математическая  основа работы | Геодезия | Работа на местности, обобщение полученных данных | А |
| Конформные проекции и картография | 11 | Конформные  проекции | Картографические проекции | Творческое оформление результатов | А |
| Неевклидова геометрия в географии | 10-11 | Сферическая  геометрия | Картография | Творческое оформление результатов | А |
| Статистические показатели ресурсообеспеченности полезными ископаемыми | 9-10 | Элементы  статистики | Природные ресурсы, экономическая география | Математические расчеты, творческое оформление результатов | А |
| Топология в географии | 11 | Топология | Экономическая география | Разработка применения топологических поверхностей | К |

Мы рассмотрели проекты, интегрирующие две дисциплины. Однако, проектно-исследовательская деятельность может осуществляться по трем и более предметам. Это объясняется взаимосвязью естественнонаучных дисциплин друг с другом, тесным переплетением некоторых их областей.

Методика проектирования предусматривает решение учащимися задачи, требующей значительных затрат времени и системного подхода при разработке. Необходимо знание технологии решения, умение увидеть конечный продукт и пути его создания [19].

1. **Особенности методики применения метода межпредметных проектов в процессе обучения математике.**

На подготовительном этапе, еще до того, как учитель сообщает тему проекта учащимся, необходимо уделить особое внимание разграничению научных областей, которым будет посвящен проект, проанализировать возможный объем математического материала в нем, сформулировать дидактические цели и дидактические задачи. Здесь учителю математики нужно проконсультироваться с учителями-предметниками, познакомиться с требованиями государственного стандарта по интегрируемым дисциплинам.

Отметим, что на этом этапе необходимо определить и характер интеграции дисциплин в проекте – односторонняя или двусторонняя, а также вид межпредметного проекта (ассимиляционный, К, синтезирующий).

Остановимся на методических особенностях этапов проведения межпредметного проекта по математике и естественнонаучным дисциплинам.

На первом этапе, этапе подготовки, начинается работа с самими учащимися, заключающаяся в делении ребят на группы, формулировании темы и целей проекта.

Ученики определяют творческое название проекта, которое отражало бы как математическую составляющую, так и содержание в нем материала других естественнонаучных дисциплин. Это необходимо и для того, чтобы учащиеся, возвращаясь к теме, понимали, что разрабатывают не монопроект, а межпредметный, интегрирующий две или более дисциплин. Исключениями могут являться проекты по трем и более предметам, в которых роль математики может сильно варьироваться.

Цели и проблемы межпредметного проекта должны определяться, исходя из характера интеграции и соотношения объемов материала по математике и материала интегрируемых с ней предметов. Здесь опять же возникает необходимость в участии учителя-предметника, чтобы проект достигал не только дидактических целей учителя математики, но и давал прирост в знаниях по интегрируемым дисциплинам.

В некоторых случаях математика служит только основой для выбора тех или иных методов исследования и математической обработки его результатов. Например, проект по математике и географии, посвященный описанию климата региона, может служить основой для изучения основ математической статистики, а в ходе изучения в курсе биологии законов Менделя может быть разработан проект о вероятностном характере распределения генов. Математика в этих случаях дает методы изучения явлений действительности, что важно отразить среди целей проекта.

Следующий этап – этап планирования, включающий в себя:

а) определение источников информации;

б) определение способов сбора и анализа информации;

в) определение способа представления результатов (формы отчета, конечного продукта);

г) установление процедур и критериев оценки результатов и процесса;

д) распределение задач (обязанностей) между членами команды.

После определения учащимися способа представления результатов стоит акцентировать их внимание на правильном оформлении математических формул и выкладок. Также на этом этапе важно перечислить возможные источники информации, доступные школьникам (это могут быть научно-популярные книги и журналы, электронные ресурсы). Необходимо предоставить небольшой список литературы, который даст при необходимости основу для ознакомления с какими-то начальными теоретическими положениями. Однако, в любом случае, перед учеником должна стоять проблема нехватки информации и необходимость ее поиска.

Кроме литературы и Интернет-ресурсов, учащиеся могут получить информацию из опытов, наблюдений, процесса изготовления моделей и т. д.

Кроме того, специфической особенностью межпредметных проектов по математике и естественнонаучным дисциплинам является то, что описание явлений реального мира и происходящих в нем процессов, естественнонаучные понятия школьникам нужно перевести на математический язык, переходя к более абстрактному представлению действительности. Таким образом, на этапе исследования должна быть решена некоторая математическая задача, ответ на которую на этапе оформления результатов и/или выводов необходимо перевести обратно с математического на естественнонаучный язык.

На этих двух этапах роль учителя сводится к консультативной помощи учащимся. Учитель должен направлять их деятельность в методически нужное русло. Здесь необходимо также привлечение учителей-предметников. Тем не менее, работа над подобного рода проектами (особенно на этих этапах его разработки) требует от учителя математики высокого уровня знаний в области разрабатываемых тем, широкого кругозора, умения быстро ориентироваться в ситуации.

При представлении конечного продукта или отчета, при его защите и презентации желательно присутствие учителей-предметников, которые могли бы оценить проект с точки зрения их дисциплины, задать вопросы, определить недочеты.

Подходы и стратегии оценивания проектной деятельности могут быть самыми различными. Оценка проекта должна осуществляться учителем математики, учителями-предметниками, другими группами, а также самими авторами проекта. Для этого нужно заранее продумать стратегии оценивания, подготовить критерии оценки, разработать на их основе оценочные листы.

Применение проектных технологий в школе сопряжено с серьезными трудностями и противоречиями, что требует от учителя высокого мастерства. К этим трудностям относят:

* необходимость оборудования специальных кабинетов для работы над проектами;
* необходимость разностороннего образования учителя;
* непроработанность вопросов о способах организации и оценки;
* отсутствие разработанного практического плана действий.

Для межпредметных проектов особенно серьезной проблемой является необходимость в большой подготовительной работе к проведению проекта. Учителю необходимо познакомиться с базовыми теоретическими положениями, которые будут использоваться в проекте, продумать возможные направления исследования учащихся, вопросы, которые могут у них возникнуть в ходе разработки.

Однако следует помнить, что исследовательская и проектная деятельность в школе имеет принципиальное отличие от научных исследований и проектов, поскольку основная цель их разработки в школьной практике – это получение учащимися навыков построения собственного исследования, умений работать с информацией, развитие волевых качеств и творческих способностей. Кроме того, межпредметные проекты позволяют реализовать, так называемое, «исследовательское обучение», которое А. И. Савенков определяет как «особый подход к обучению, построенный на основе естественного стремления ребенка к самостоятельному изучению окружающего». Главной целью исследовательского обучения является формирование у учащегося готовности и способности самостоятельно, творчески осваивать и перестраивать новые способы деятельности в любой сфере человеческой культуры [11].

Библиографический список

* + - 1. Винокурова Н. Один из приемов реализации интегративного подхода в обучении [Текст] / Н. Винокурова, О. Еписеева // Математика. – 1999. – № 36. – С. 2-3.
      2. Губанова А. А. Реализация межпредметных связей информатики и математики для формирования целостного научного мировоззрения учащихся [Электронный ресурс] / А. А. Губанова. – Режим доступа: http://www.ito.su/2001/ito/I/1/I-1-19.html.
      3. Гузеев В. «Метод проектов» как частный случай интегральной технологии обучения [Текст] / В. Гузеев // Директор школы. – 1995. – №4. – С. 39-47.
      4. Интеграция различных областей естественнонаучного знания на уроках математики, физики, информатики [Электронный ресурс] / М. Е. Аладьина, С. В. Оломская [и др.]. – Режим доступа: http://festival.1september.ru/2005\_2006/index.php?numb\_artic=312534.
      5. Ларионова О. Г. Организация проектной деятельности учащихся при изучении геометрии [Текст] / О. Г. Ларионова, Н. П. Харин // Математика в школе. – 2007. – № 8. – С. 8-10.
      6. Лямин А. Н. Интегративное обучение химии в современной школе [Текст]: монография / А. Н. Лямин. – Киров: КИПК и ПРО, 2007. – 294 с.
      7. Математика. 9-11 классы: проектная деятельность учащихся [Текст] / автор-сост. М. В. Величко. – Волгоград: Учитель, 2007. – 123 с.
      8. Межпредметные связи естественно-математических дисциплин [Текст]: пособие для учителей: сб. статей / под ред. В. Н. Федоровой. – М.: Просвещение, 1980. – 207 с.
      9. Метод проектов [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://muk21-konkovo.narod.ru/UPK-WEB/proj\_2loci1103.htm.
      10. Метод учебных проектов в естественнонаучном образовании [Текст]: методическое пособие / под ред. В. С. Рохлова. – М.: МИОО, 2006. – 96 с.
      11. Методические рекомендации по организации проектной и исследовательской деятельности обучающихся в образовательных учреждениях г. Москвы [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://www.educom.ru/ru/documents/archive/advices.php. – Загл. с экрана.
      12. Полат Е. Метод проектов: типология и структура [Текст] / Е. Полат // Лицейское и гимназическое образование. – 2002. – № 9. – С. 43-47.
      13. Романовская М. Б. Метод проектов в учебном процессе [Текст]: методическое пособие / М. Б. Романовская. – М.: Педагогический поиск, 2006. – 160 с.
      14. Савенков А. И. Исследовательское обучение и проектирование в современном образовании [Электронный ресурс] / А. И. Савенков. – Режим доступа: http://www.researcher.ru/methodics/teor/a\_1xitfn.html.
      15. Селевко Г. К. Энциклопедия образовательных технологий [Текст] : в 2 т. / Г. К. Селевко. – М.: НИИ школьные технологии, 2006. – Т. 1. – 816 с.
      16. Сергеев И. С. Как организовать проектную деятельность учащихся [Текст] / И. С. Сергеев. – М.: АРКТИ, 2006. – 80 с.
      17. Тихомирова Ф. А. Математика и естествознание. К проблеме математической химии [Электронный ресурс] / Ф. А. Тихомирова. – Режим доступа: http://www.philosof.onu.edu.ua/elb/articles/tihomirova/math\_chem.htm.
      18. Хомутский В. Д. Межпредметные связи в преподавании основ физики и математики в школе [Текст] / В. Д. Хомутский. – Челябинск: Изд-во ЧГПИ, 1981. – 88 с.
      19. Шварцбурд С. И. Математика и естествознание. Проблемы математической школы [Текст] / С. И. Шварцбурд. – М.: Просвещение, 1969. – 448 с.

***Рябкова М. О., Горев П. М.***

**Методика подготовки учащихся в малых группах   
к итоговой аттестации по математике за курс средней школы**

Авторы статьи предлагают варианты использования различных приемов работы с учащимися в малых группах при подготовке их к итоговой аттестации. В статье приведены примеры отбора содержания для осуществления такой деятельности.

В настоящее время актуален вопрос модернизации системы образования в России. Перед государством стоит вопрос улучшения содержания и качества образования, обусловленный потребностями современного общества, которые были вызваны политическими, экономическими и социальными изменениями. Немаловажную роль здесь играет и вхождение России в мировое образовательное пространство. Приоритетом нового этапа развития образования является направленность на развитие личности школьника, раскрытие её потенциалов и становление самостоятельности. Важнейшим элементом педагогического процесса становится личностно-ориентированное взаимодействие педагога и учащихся. Наметился переход от обучения, где ведущая роль принадлежит учителю, а ученик лишь должен запомнить и должным образом воспроизвести учебный материал, к учению, превращающему школьника в субъект образовательного процесса. Современной альтернативой традиционной классно-урочной системе является система личностно-ориентированного обучения. Данная система позволяет формировать важное качество человека быть субъектом, творцом своего жизненного пути; учит школьников инициативно и ответственно осуществлять все виды деятельности.

Таким образом, перемены не могли не коснуться и среднего образования. Одной из целей стало получение выпускниками фундаментальных знаний и приобретение ими культуры мышления, необходимых для успешной сдачи итоговых экзаменов и возможности продолжать образование в высшем учебном заведении. Достижение этой цели возможно при системной дифференцированной подготовке учащихся к экзаменам. Каждый учебный предмет имеет свои особенности, но особое внимание необходимо уделять подготовке к экзамену по математике. Данный экзамен является обязательным для всех выпускников, и, как правило, при подготовке к нему учителя ограничиваются решением с учениками большого числа заданий, не учитывая личных возможностей каждого ученика.

Важно принять во внимание то, что со «слабыми» учениками необходима дополнительная подготовка к экзамену по математике по особой технологии. В этом случае целесообразно использовать обучение школьников в малых группах.

Данная технология наиболее легко вписывается в учебный процесс в условиях существующей классно-урочной системы занятий, может не затрагивать содержания обучения, которое определено образовательным стандартом для базового уровня. Это технология, позволяет, интегрируясь в реальный учебно-воспитательный процесс, достигать поставленных целей по каждому учебному предмету другими, альтернативными традиционным, методами. Также обучение в малых группах обеспечивает не только успешное усвоение учебного материала всеми учениками, но и способствует интеллектуальному развитию учащихся, их самостоятельности, доброжелательности по отношению к учителю и друг к другу [7].

В настоящее время существует довольно много определений малой группы. Психологический словарь дает следующее определение: «Малая группа – относительно немногочисленная общность людей, находящихся между собой в непосредственном личном общении и взаимодействии» [8, стр. 85]. Б. Д. Парыгин определяет группу как «немногочисленную общность людей, которые находятся друг с другом в самом непосредственном (лицом к лицу) психологическом контакте» [5, стр. 257]. Ян Щепаньский представляет следующее определение малой группы: «Малая группа – определенное число лиц (не меньше трех), связанные системой отношений, регулируемых ценностями и отделенных от других общностей определенным принципом обособления» [10, стр. 118].

Итак, можно выделить ключевые признаки малой группы – ее немногочисленность и контактность. Мы будем понимать под *малой группой* часть одного ученического коллектива, организованную на некоторое ограниченное время (от части урока до нескольких блоков уроков) для осуществления какой-либо совместной учебной деятельности.

При обучении в малых группах возможны три типа взаимодействия учащихся в школе: индивидуальная работа, соперничество и сотрудничество. Все эти виды групповой работы должны использоваться в учебном процессе на равных правах, но наиболее эффективным является обучение в сотрудничестве.

Существуют несколько разновидностей технологии обучения в малых группах, отличающихся постановкой учебных задач и организационными формами.

1. **Student Team Learning (STL, обучение в команде)**. Этот метод уделяет особое внимание «групповым целям» и успеху всей группы, которые могут быть достигнуты только в результате самостоятельной работы каждого члена группы (команды) в постоянном взаимодействии с другими членами этой же группы при работе над темой, проблемой или вопросом, подлежащими изучению. Таким образом, задача каждого учащегося состоит не только в том, чтобы сделать это вместе, а в том, чтобы каждый участник команды овладел необходимыми знаниями, сформировал нужные навыки, и при этом вся команда знала, чего достиг каждый. Вся группа заинтересована в усвоении учебной информации каждым ее членом, поскольку успех команды зависит от вклада каждого, совместного решения поставленной перед ними проблемы. Метод STL сводится к трем основным принципам:

* «награды» – команды или группы получают в виде сертификата, диплома и других видов оценки их совместной деятельности, если они превзойдут установленный для них критерий. Группы не соревнуются друг с другом, так как все команды имеют разную «планку» и время на ее достижение;
* «индивидуальная» (персональная) ответственность каждого ученика означает, что успех или неуспех всей группы зависит от удач или неудач каждого ее члена. Это стимулирует всех членов команды следить за успехами друг друга и всей командой приходить на помощь своему товарищу в усвоении, понимании материала так, чтобы каждый чувствовал себя экспертом по данной проблеме;
* равные возможности для достижения успеха означают, что каждый учащийся приносит очки своей группе, которые он зарабатывает путем улучшения своих собственных предыдущих результатов. Сравнение, таким образом, проводится не с результатами других учеников этой или других групп, а с собственными, ранее достигнутыми результатами. Это дает продвинутым, средним и отстающим ученикам равные возможности в получении очков для своей команды, так как, стараясь изо всех сил улучшить результаты предыдущего опроса, зачета, экзамена (и улучшая их) и средний, и слабый ученики могут принести своей команде равное количество баллов, что (как показали исследования в J. Hopkins University, R. Slavin) позволяет им чувствовать себя полноправными членами команды и стимулирует желание поднять выше свою персональную «планку» [7].

**Пример**. Тема занятия: «Многоугольники» (группа из шести человек).

Перед учащимися ставится цель – знать основные формулы площадей многоугольников, соотношения, справедливые для разных видов треугольников и научиться применять данные формулы на практике. Учащиеся делятся на две команды, равные по силам. Каждый участник получает бланк с заданиями. За каждое верно выполненное задание 1-4 ученик может получить один балл, за задания 5-7 – 2 балла, за задание 8 – 3 балла, таким образом, вся команда может заработать 39 баллов. Команда, набравшая наибольшее количество баллов, получает диплом победителя. Также оценивается и работа каждого ученика. Учащиеся, набравшие не менее 8 баллов, получают похвальный отзыв.

1. В параллелограмме  *АВ=*16, *AD=*7, *BD=*21. Найдите *АС*.

1) 14 2) 13 3) 12 4) 11

*A*

*B*

*C*

*D*

*Рис. 1*

1. Найдите длину высоты, проведенной к боковой стороне равнобедренного треугольника со сторонами 20, 20, 32.

1) 38,4 2) 19,2 3) 24,6 4) 32,4

1. Найдите площадь треугольника *АВС* (рис. 1), если *АС=*7, *ВС=*8, .

*P*

*M*

*M1*

*N*

*P1*

*O*

*Рис. 2*

1)  2) 14 3)  4) 

1. В треугольнике *MNP* (рис. 2) *ММ*1, *PP*1 – медианы, , ,  
   . Найдите *MP*.

1)  2)  3) 13 4) 14

1. Отрезки *KP* и *MH* имеют равные длины и пересекаются в точке O так, что . Найдите отношение периметров треугольников *OKM* и *OHP*.
2. В параллелограмме *ABCD* биссектрисы углов *B* и *C* пересекают сторону *AD* в точках *L* и *K* соответственно. Найдите площадь параллелограмма *ABCD*, если известно, что  и .
3. В трапеции *ABCD* с основаниями *АВ* и *CD* диагонали AC и BD равны 12 и 10 соответственно. Найдите площадь трапеции, если  в два раза меньше .
4. Точка *O* является центром правильного восьмиугольника , площадь треугольника  равна 9. Точка *B* выбрана таким образом, что треугольник  равновелик треугольнику . Найдите высоту треугольника , проведенную из вершины *B*.
5. **«1-2-все».** Каждый член группы работает над подготовкой материала самостоятельно. Члены группы обсуждают свои результаты и готовят вариант материала в парах. Пары представляют свои материалы на обсуждение группы. Группа готовит итоговый вариант материала [9].

**Пример**. Тема занятия: «Геометрическая прогрессия».

В начале занятия учащимся предлагается вспомнить основные формулы, необходимые для решения задач по теме «Геометрическая прогрессия».

Затем каждый учащийся получает карточку с перечнем заданий.

1. Найдите шестой член геометрической прогрессии 96; –48…

1)  2) 3 3) 6 4) –6

1. В геометрической прогрессии . Найдите .

1)  2)  3)  4) 

1. В геометрической прогрессии  известно, что .

Найдите .

1) 96 2) –96 3) 48 4) –48

1. Числа  составляют геометрическую прогрессию, причем  
   . Найдите .

1) 8 2) 10 3) 11 4) 12

1. Вычеркнули каждый второй член геометрической прогрессии, начиная с четвертого, и получили  исходной суммы. Найти знаменатель прогрессии.
2. В конечной геометрической прогрессии 9 членов. Сумма первых трех равна 192, сумма следующих трех равна –24. Найдите сумму первых девяти членов этой прогрессии.
3. В геометрической прогрессии с четным числом членов сумма всех ее членов в 5 раз больше суммы членов с четными номерами. Найдите знаменатель прогрессии.
4. Школьники рисовали на доске по очереди отрезки. Каждый следующий рисовал в два раза меньше новых отрезков, чем предыдущий. Сколько детей рисовало отрезки, если в конце на доске оказалось нарисовано 2667 отрезков, а третий по очереди школьник нарисовал 336 отрезков [2, 4, 6]?

В течение 20-25 минут ученики работают самостоятельно. Далее минут 5-7 члены группы обсуждают свои результаты в парах, при этом корректируют решение, если это необходимо. После этого пары представляют свои материалы остальным членам группы на обсуждение.

1. **Обсуждение по кругу.** Члены группы решают задания у доски в заранее установленном порядке (например, по часовой стрелке).

**Пример**. Тема занятия: «Периодичность, четность и нечетность функций».

Учащиеся получают бланки с заданиями и решают их в заранее установленном порядке (по усмотрению учителя). Выполнение задания осуществляется не одним учеником, а обсуждается всеми учащимися.

1. На одном из рисунков (рис. 3) изображен график четной функции. Укажите этот рисунок.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1) |  |  | 2) |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
| 3) |  | *Рис. 3* | 4) |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

1. Укажите график периодической функции (рис. 4).

*Рис. 4*

***x***

***y***

*0*

*1*

*1*

1)

2)

3)

4)

***x***

***y***

*0*

*1*

*1*

***x***

***y***

*0*

*1*

*1*

***x***

***y***

*0*

*1*

*1*

1. При  задана функция . Какой формулой нужно доопределить функцию  при , чтобы полученная функция была нечетной?
2. Найдите период функции  (в градусах).
3. Нечетная функция  определена на всей числовой прямой. Для всякого неположительного значения переменной значение этой функции совпадает со значением функции . Сколько корней имеет уравнение ?
4. Нечетная периодическая функция с периодом 9 определена на всей числовой прямой. Найдите , если .
5. Функция  определена на всей числовой прямой, является нечетной, периодической с периодом 4 и на промежутке  задана формулой . Решите уравнение .
6. При  задана функция . Какой формулой можно доопределить функцию  при , если известно, что график полученной функции симметричен относительно точки ?
7. **«Трехшаговое интервью»**. Группа разбивается на пары (в группе из трех человек двое интервьюируют третьего). Работа в парах: один школь­ник интервьюирует другого; второй школьник интервьюирует первого (меняются). Группа собирается вместе: все члены группы выступают поочередно.

**Пример**. Тема занятия: «Касательные».

Учащиеся разбиваются на пары, и каждая пара получает по два задания (все задания в парах различны). Первый ученик объясняет решение своего задания второму ученику, затем второй ученик объясняет решение своего задания первому (меняются).

1. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции  в точке с абсциссой .
2. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции наклонена к оси *Ox* под углом α, если  .
3. Найдите угловой коэффициент касательной к кривой  в точке с абсциссой .

**3**

***y = f (x)***

**0**

***x***

**x**

**1**

**2**

-**1**

-**3**

**1**

**2**

**3**

**4**

**6**

**7**

**y**

-**1**

-**5**

-**7**

**0**

-**5**

*Рис. 5*

1. На рисунке 5 изображен график функции  и касательная к нему в точке с абсциссой *х*0. Найдите значение производной в точке *х*0.
2. При каких значениях параметра прямая  касается графика функции ?
3. Найдите касательную к кривой , параллельно прямой .
4. Найдите общую касательную к кривым  и .
5. Докажите, что треугольник, образуемый касательной к гиперболе  и осями координат, имеет постоянную площадь.

После выполнения заданий группы собираются вместе, и каждый учащийся представляет решение задания своего напарника.

1. **«Номера».** Учитель устанавливает порядок нумерации учащихся в группе. Каждый школьник в группе получает номер (как вариант – этикетку определенного цвета). Учитель дает задание группам, предлагает каждой группе сцепить поднятые руки вместе в знак того, что задание выполнено. Группы работают и по завершении работы подают установленный сигнал. Учитель объявляет номер, и только один ученик от каждой группы отвечает на поставленный вопрос. Учитель выслушивает ответы учеников. Номера, которые назначаются членам группы, можно заменить цветами спектра. Этот вариант структуры часто называют «Цвета».

**Пример**. Тема занятия: «Простейшие тригонометрические уравнения  
и уравнения, приводящиеся к квадратным».

В начале урока учащимся предлагается вспомнить формулы для решения простейших тригонометрических уравнений, основные тригонометрические тождества и формулы двойного аргумента.

Затем каждый учащийся группы получает номер и бланк с заданиями.

1. Решите уравнение: 

1)  2)  3)  4) 

1. Решите уравнение: 

1)  2)  3)  4) 

1. Решите уравнение: 

1)  2) 

3)  4) 

1. Найдите решение уравнения: .

1)  2)  3)  4) 

1. При каких значениях *x* значение функции  равно 0?

1)  2)  3)  4) 

1. Определите количество корней уравнения , принадлежащих интервалу .
2. Вычислите величину , где *х*0 –наименьший положительный корень уравнения .
3. Решите уравнение .
4. Решите уравнение , 2700<*x*<3600.
5. Решите уравнение  [3, 6].

При выполнении первых пяти заданий каждый ученик поднимает руку вверх. При выполнении пяти заданий большинством учеников начинается проверка. Учитель объявляет номер, и ученик с данным номером говорит получившийся ответ. Решения заданий, вызвавшие затруднения, рассматриваются у доски. Затем работа продолжается по схеме: учащиеся самостоятельно решают оставшиеся задания, но руки поднимают по выполнению каждого задания, после чего следует проверка.

1. **«Аквариум».** Учащиеся разбиваются на группы по шесть человек. Для работы в группе определяются три роли. Группа делится на три пары. Члены каждой пары берут на себя исполнение одной из ролей (дублеры). В каждой паре назначаются (выбираются) первый и второй исполнитель выбранной (назначенной) роли. Оборудуется место для работы исполнителей трех ролей (смена). Первая смена исполнителей (три человека) располагается у стола, вторая – садится сзади (каждый дублер садится за спиной своего напарника). Учитель устанавливает продолжительность работы смены (2-4 минуты) и дает сигнал к началу работы. Участники первой смены работают, второй – только наблюдают (любое вмешательство наблюдателей в работу запрещено). По истечении установленного времени исполнители меняются местами (пересаживаются). Теперь второй исполнитель работает, а первый наблюдает. Дублеры начинают работу с того места, где ее прервал сигнал о смене участников работы. По сигналу учителя смена повторяется несколько раз. По схеме «Аквариум» возможна организация работы в группах по четыре человека. В этом случае учащиеся проводят обсуждение не по три человека, а парами [9].

**Пример**. Тема занятия: «Показательные и логарифмические уравнения».

Урок начинается с повторения теоретического материала: правила действия со степенями и свойства логарифмов, основные методы решения показательных и логарифмических уравнений.

Затем учащиеся делятся на пары, и каждый ученик получает роль: исполнитель или дублер. Исполнители садятся в ряд, дублеры садятся за спинами своих напарников. Парам выдается бланк с заданиями, на выполнение которых отводится 30 минут. По сигналу учителя исполнители начинают решать задания, по истечении 3 минут участники меняются местами, и к работе приступают дублеры, начиная с того места, где остановились их напарники. Смена участников происходит каждые 3 минуты, по окончании отведенного времени работа останавливается. Затем учащиеся сверяют получившиеся ответы, а решения заданий, которые вызвали затруднения и не успели решить, рассматриваются у доски.

1. Решите уравнение .
2. Решите уравнение .
3. Решите уравнение .
4. Пусть наименьший корень уравнения . Найдите .
5. Найдите значение , при котором сумму чисел  и  равна числу .



1. Найдите меньший из корней уравнения .
2. Решите уравнение .
3. Определите абсциссу общей точки графика функции

 и прямой .

1. Найдите корни уравнения .
2. Решите уравнение  .
3. Решите уравнение .
4. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций

 и  [3, 4].

1. **«Мозаика»**. Это универсальная структура взаимодействия, которая основана на идее разделения работы между исполнителями с последующей сборкой результатов. Ее можно с успехом использовать, например, для организации работы внутри группы. При этом:

* каждый член группы разрабатывает свой раздел материалов (работает над ним самостоятельно, с участием других членов группы или других групп);
* подготовленный материал представляется партнерам, изучается и (или) используется совместно [9].

**Пример**. Тема занятия: «Производная функции. Экстремумы функции.  
Наибольшее и наименьшее значения функции».

В начале урока учащимся предлагается вспомнить основные теоретические аспекты по данной теме, а именно, методы решения иррациональных уравнений.

Далее учитель выдает каждому учащемуся одно из заданий, которое ему необходимо выполнить самостоятельно

1. Найдите производную функции 
2. Найдите значение производной функции  в точке .
3. Тело движется по координатной прямой согласно закону  
   , где *х*(*t*) – координата тела в момент времени *t*. Найдите его скорость при *t=*3.
4. Зависимость пути *S* от времени движения *t* выражается формулой . Назовите формулу ускорения.
5. Найдите стационарные точки функции .
6. Найдите точки минимума функции .
7. Найдите среднее арифметическое наибольшего и наименьшего значений функции  на отрезке [0; 9].
8. Найдите наименьшее значение функции  на отрезке [0; 1].

После того, как каждый ученик справился со своим заданием, учащиеся по очереди представляют друг другу полученное решение, которое совместно проверяется и, если задание выполнено верно, записывается в тетрадь [1, 3, 4].

Индивидуальная самостоятельная работа при организации учебной деятельности по методу малых групп становится как бы исходной, элементарной частицей коллективной самостоятельной работы. Следует отметить, что недостаточно сформировать группы и дать им соответствующее задание. Суть как раз и состоит в том, чтобы учащийся захотел сам конструировать свои знания.

Применение данной технологии на занятиях показало, что подготовка учащихся в малых группах к экзамену по математике за курс средней (полной) школы положительно влияет на уровень качества знаний учеников, так как обучение в малых группах способствует индивидуальному развитию школьников.

Библиографический список

* + - 1. Денищева Л. О. ЕГЭ-2009. Математика: сборник экзаменационных заданий [Текст] / Л. О. Денищева [и др.]. – М.: Эксмо, 2009. – 288 с.
      2. Кочагин, В. В. ЕГЭ-2007. Математика: тематические тренировочные задания [Текст] / В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина. – М.: Эксмо, 2007. – 136 с.
      3. Математика. Подготовка к ЕГЭ-2009. Тематические тесты 10-11 класс. Часть I [Текст] / под ред. Ф. Ф. Лысенко. – Ростов-на-Дону: Легион, 2008. – 256 с.
      4. Математика. Подготовка к ЕГЭ-2009. Вступительные испытания [Текст] / под ред. Ф. Ф. Лысенко. – Ростов-на-Дону: Легион, 2008. – 400 с.
      5. Парыгин Б. Д. Социальная психология: уч. пособие для вузов по спец. психологии [Текст] / Б. Д. Парыгин. – СПб.: СПбГУП, 2003. – 615 с.
      6. Подгорная И. И. Уроки математики: учебное пособие для поступающих в вузы [Текст] / И. И. Подгорная. – М.: Московский лицей, 2006. – 692 с.
      7. Полат Е. С. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: учебное пособие для студ. пед. вузов и системы повыш. квалиф. пед. кадров [Текст] / Е. С. Полат, М. Ю. Бухаркина, М. В. Моисеева, А. Е. Петров; под ред. Е. С. Полат. – М.: Издательский центр «Академия», 1999. – 224 с.
      8. Психология. Словарь [Текст] / под общ. ред. А. В. Петровского, М. Г. Ярошевского. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Политиздат, 1990. – 494 с.
      9. Учитель и ученик: возможность диалога и понимания [Текст]: в 2 т. / под ред. Л. И. Семиной. – М.: Изд-во «Бонфи», 2002. – Т.2. – 408 с.
      10. Щепаньский Я. Ю. Элементарные понятия социологии [Текст] / Я. Ю. Щепаньский; общ. ред. А. М. Румянцева; пер. с польск. – М.: Прогресс, 1969. – 240 с.

***Смирнова М. В., Зеленина Н. А.***

**Об одном из видов упражнений   
на формирование пространственных представлений   
учащихся 5-6-х классов школы**

В этой статье авторы делают попытку систематизировать виды геометрических упражнений, предназначенных для формирования пространственных представлений учащихся, изучающих пропедевтический курс геометрии.

В настоящее время в качестве одного из главных критериев математического развития личности многие психологи рассматривают уровень развития пространственного мышления, который характеризуется умением оперировать пространственными образами.

Психологические исследования показывают, что представления о геометрических фигурах находятся в стадии прогрессивного развития до 15 лет. Сензитивным периодом для развития образных компонентов мышления является школьный возраст до 12-13 лет. Именно поэтому по окончании начальной школы у учащихся более развиты объёмные представления, чем плоскостные. У учеников 9-11 классов, по мнению психологов (К. Д. Мдивани, Б. Ф. Ломов), преобладают планиметрические представления. Всё это говорит о том, что пространственное мышление как разновидность образного мышления целесообразно активно развивать уже в 5-6 классах школы.

Особенности восприятия объектов, усвоения учебного материала требуют при изучении геометрии опоры на жизненный опыт ученика, его практическую деятельность, обязательно включающую осязание. В связи с этим следует начинать изучение геометрического материала с объёмных фигур – с их моделями ребёнок постоянно имеет дело в повседневной жизни. Далее следует рассматривать объёмные и плоские фигуры совместно, так как в детском возрасте наблюдается более тесная взаимосвязь развития плоскостных и объёмных представлений [2, 3].

Важную роль при разработке содержания, ориентированного на формирование и развитие пространственных представлений при обучении математике играет система специальных упражнений. Основу такой системы должны составить упражнения, которые требуют оперирования ранее созданными пространственными представлениями, в которых происходит включение пространственных представлений в новые связи, помещение их в новые условия, определяемые задачей.

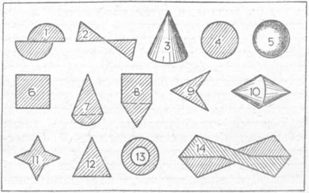
Проведённое нами исследование показало, что для формирования пространственных представлений учащихся 5-6 классов целесообразно использовать *упражнения на наблюдение* и *упражнения на ориентацию в пространстве*.

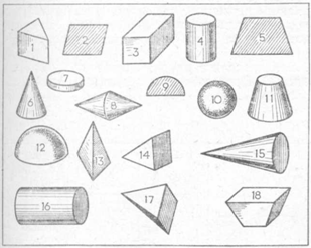
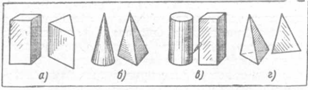
Остановимся подробно на упражнениях первого вида.

Наблюдение предметов окружающей действительности, моделей простейших фигур, выполнение под руководством учителя анализа увиденного, позволяет учащимся 5-6 классов накапливать геометрические факты, переработка которых в их сознании приводит к формированию и развитию пространственных представлений.

Можно выделить три вида упражнений на наблюдение: на распознавание моделей, на рассмотрение чертежей и на одновременную работу с моделью, чертежом и рисунком.

I. Распознавание моделей.

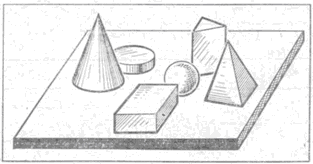
1. Учащимся демонстрируется набор моделей (рис. 1) и предлагается найти среди них пирамиду (конус).
2.  Учащимся предъявляются пары моделей: параллелепипед и призма, конус и пирамида, цилиндр и параллелепипед, пирамида и треугольник (рис. 2, а-г). Предлагается сравнить модели каждой пары, выявив их сходство и различие.

*Рис. 2*

*Рис.1*

*Рис. 3*

1. Среди моделей на рис. 3 указать те, которые имеют центр (ось) симметрии.
2. На подставку, края которой окрашены в разные цвета, например в красный и зеленый, помещаются несколько различных моделей (рис. 4). Требуется указать, какая из моделей, конус или цилиндр, находится ближе к красному (зеленому) краю стола. Описать, используя слова «справа», «слева», «перед», «сзади», местоположение шара (призмы) относительно цилиндра (конуса или пирамиды).

****

*Рис. 4*

Дадим характеристику этим заданиям.

Задание 1 «на распознавание» учит школьников мысленно представлять виденную уже однажды фигуру, выделять те ее свойства, которые позволяют отыскать ее среди множества других фигур. Весьма полезно включать в набо­ры моделей как пространственные, так и плос­кие фигуры. Пространственные модели нужно располагать в различных положениях. Например, на рис. 1 мы видим как стоящий конус (6), так и «лежащий» (15). Там же мы встречаем две пирамиды: одна стоит на основании (13), другая – на боковой грани (17), и т. д.

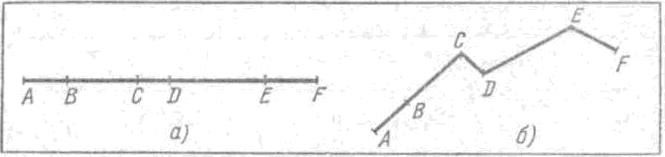
Такие задания позволяют уточнить уже имеющиеся у учеников первоначальные представления о пространственных фигурах. Учащиеся уже не просто выбирают модель, а вспоминают, прежде всего, характерные свойства требуемой фигуры, соотнося их с признаками данных моделей.

При выполнении задания 2 важно, чтобы учащиеся не просто указывали «это цилиндр, а это пирамида», а путем рассуждений выявляли сходные или различные свойства этих фигур. Так, при сравнении призмы с паралле­лепипедом они должны рассуждать следующим образом: «обе эти фигуры являются про­странственными, но они имеют неодинаковое количество граней, ребер, вершин, так как у одной фигуры в основании лежит треугольник, а у другой – прямоугольник. Боковые грани обеих фигур есть прямоугольники». В 6 классе учащиеся могут проверить с помощью угольника перпендикулярность ребер основаниям. Сравнивая круглые тела и многогранники, учащиеся всегда сами убеждаются, что у известных им круглых тел (конус, цилиндр, шар) или вообще нет вершин (цилиндр, шар) или одна вершина (конус). Они часто замечают, что круглые тела можно катить, а многогранники катить невозможно.

Что касается задания 4, то такого рода упражнения помогают учащимся лучше ориентироваться в пространстве, определяя местоположение окружающих их объектов и выявляя при этом пространственные отношения как между объектами, так и между их элементами.

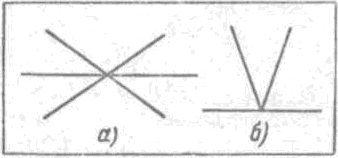
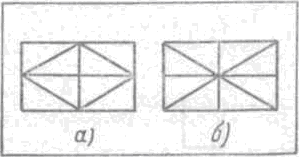
II. Рассмотрение чертежей.

1. Подсчитайте число лучей на рис. 5, а.
2. Что общего и что различного в расположении отрезков на рис. 5, а и 5, б?



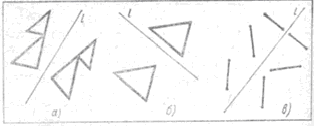
*Рис. 5*

1. Сколько углов вы видите на рис. 6, а; на рис. 6, б?
2. Сколько треугольников на рис. 7, а; на рис. 7, б?

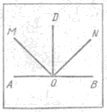
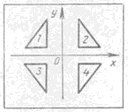
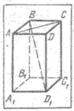
*Рис. 6* *Рис. 7*

1. Укажите, в каких случаях фигуры на рис. 8 симметричны относительно оси. Про­верьте свои ответы измерениями.

****

*Рис. 8*

1. На рис. 9 угол *AOB* развернутый, лучи *OD*, *ОМ* и *ON* — биссектрисы углов *АОВ*, *DOA*, *DOB* соответственно. Найдите, не пользуясь измерениями, прямые углы на этом рисунке.
2. Какие из фигур на рис. 10 симметричны относительно а) оси *Ох*, б) оси *Oy*?
3. На рис. 11 изображен параллелепипед. Укажите, какие из его вершин можно соеди­нить отрезками такой же длины, что и отрезок: а) *АВ*, б) *АС*, в) *BD*. Проверьте свои ответы измерениями по каркасной модели.

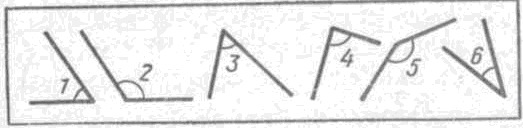
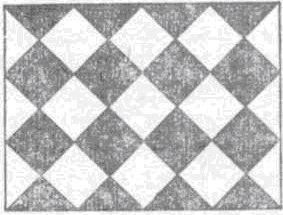
**** **** ****

*Рис. 9*  *Рис. 10* *Рис. 11*

Упражнения 1-8 развивают «геометрическую зоркость» учащихся. Выполняя их, учащиеся должны, прежде всего, уяснить себе, о какой фигуре идет речь. Для этого необходимо вспомнить характеристические признаки фигуры, представить себе эту фигуру и выделить ее на чертеже. Эти упражнения нацелены на тренировку учащихся в умении ориентироваться в сложных конфигурациях, вычленяя из них более простые элементы, не теряя в то же время из виду всю конфигурацию в целом.

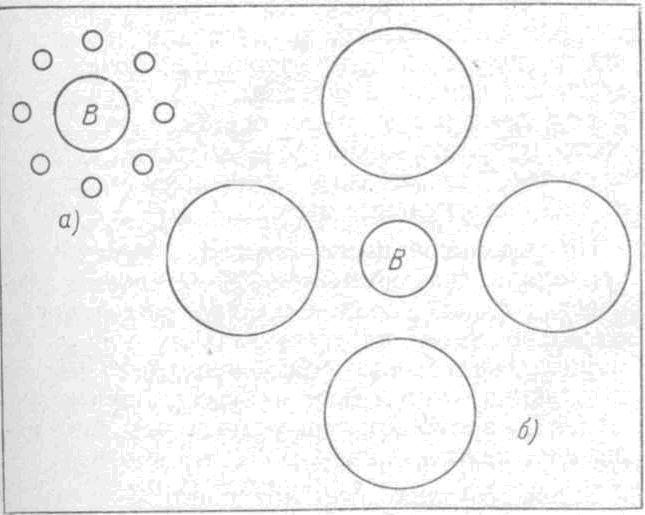
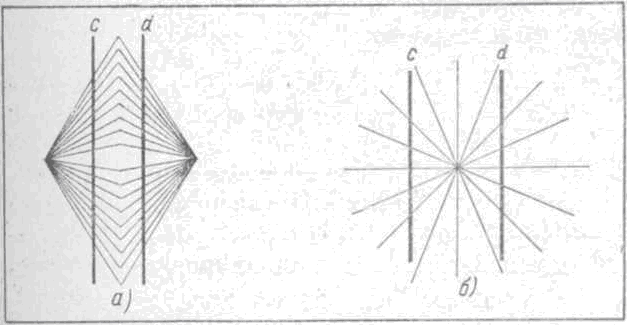
В 5-6 классах учащихся следует готовить к доказательству геометрических положений, многие из которых первоначально кажутся им очевидными. В силу этого особое значение приобретает иллюстрация зрительных иллю­зий, убеждающая детей в том, что мы не можем безраздельно доверять нашим органам чувств. Задания, указанные ниже, помогают учащимся уяснить, что выводы, получаемые с помощью наблюдений, необходимо проверять измерениями и путем логических умозаключений.

1. Определите, на глаз значения углов на рис. 12. Проверьте свои результаты транспортиром.

 ****

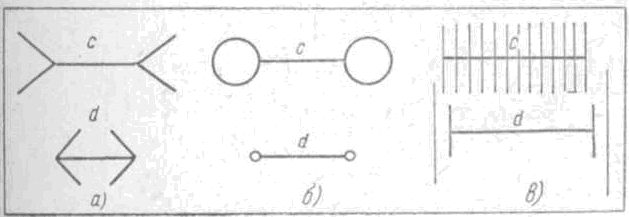
*Рис. 12* *Рис. 13*

1. Какие из квадратов на рис. 13 больше? Светлые или темные?

****

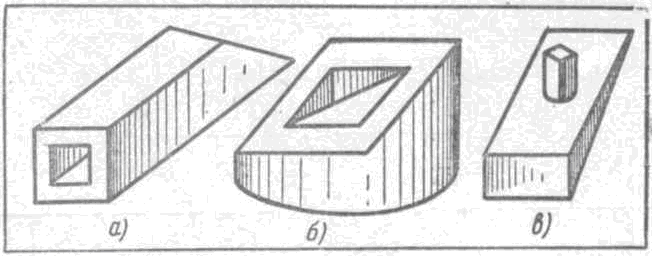
*Рис.14 Рис.15*

1. Одинаковы ли круги на рис. 14, а и на рис. 14, б?
2. Являются ли параллельными линии с и d на рис. 15, а, б?
3. Какой из отрезков на рис. 16, а-в длиннее: c или d?

****

*Рис. 16*

1. Могут ли существовать тела, изображенные на рис. 17?

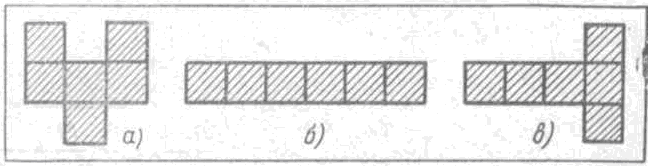


*Рис. 17*

Необходимо сообщить учащимся причины возникновения зрительных иллюзий. Например, глаз переоценивает величину острого и недооценивает величину тупого угла – с этим фактом учащиеся столкнутся в упражнении 9. Погрешности в ответах к заданию 10 связаны с тем, что темная фигура на светлом фоне кажется больше, чем равная ей фигура, расположенная на темном фоне. В заданиях 11-13 использовано то, что наш глаз делает ошибку в определении размеров фигур в «заполненном» и «пустом» пространстве, искаженно воспринимает направления, расстояния и формы фигур под влиянием других близко размещенных предметов и фигур. Несколько особняком стоит задание 14. Оно иллюстрирует следующую мысль: нарисовать можно любую фигуру, даже ту, которой нет в дейст­вительности. Поэтому надо осторожно относиться к рисункам, проверяя их правильность на моделях или путем рассуждений [1].

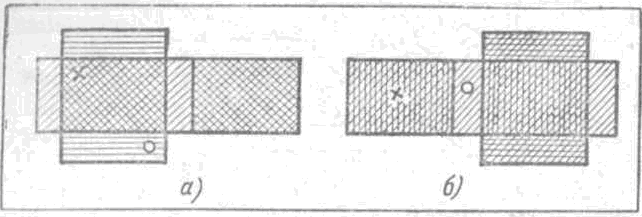
III. Одновременное рассмотрение модели, чертежа и рисунка

1. Рассмотреть модель куба и найти его развертку среди конфигураций на рис. 18.

****

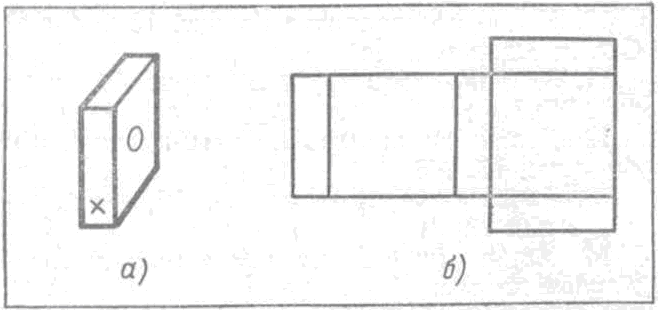
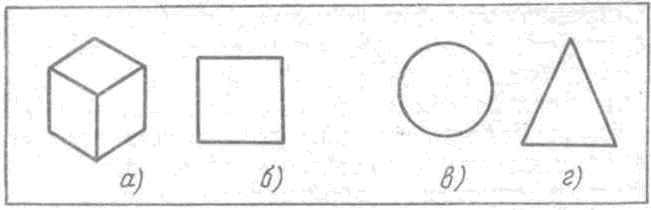
*Рис. 18*

1. На рис. 19а, б даны развертки прямоугольных параллелепипедов и на них отмече­ны кружок и крестик. Перенести их на имеющиеся модели этих фигур.



*Рис. 19*

1. На модели прямоугольного параллелепипеда (рис. 20, а) отмечены кружок и крестик. Перенести их на развертку этой же модели (рис. 20, б).

****

*Рис.20 Рис.21*

1. Расположить модель куба так, чтобы на­блюдатель видел ее сначала в положении а) на рис. 21, потом в положении б) на том же рисунке. Аналогичное задание выполнить для конуса (рис. 21в, г).
2. Дана модель цилиндра (пирамиды). На­рисовать ее в различных положениях к наблюдателю.
3. Модель правильной четырехугольной пи­рамиды окрашена так, что ее основание красного цвета, а боковые грани поочередно зеленые или желтые. Раскрасить развертку пирамиды в соответствующие цвета.
4. На рис. 4 несколько моделей. Такие же модели раздаются учащимся. Требуется расположить их так, как указано на рисунке [2].

При выполнении работ по наблюдению наиболее трудным является переход к обобщению наблюдаемых фактов, доведение частных случаев до общего положения, обучение учащихся использовать установленные ранее факты для обоснования новых фактов и для решения конкретных задач. Задачи на наблюдение подводят учащихся к необходимости доказательств, чем обеспечивается база для предстоящего изучения систематического курса геометрии.

Однако выполнение таких заданий учителю нужно строго контролировать. Следует требовать, чтобы учащиеся не только указывали тот или иной объект, но и давали хотя бы простейшие пояснения, уточняли, почему выбрано то или иное решение. Когда учащиеся рассуждают вслух, у них отрабатывается чет­кость математической речи и этим подготав­ливается почва для овладения умением строить дедуктивные выводы.

Планомерная и систематическая реализация предлагаемой системы упражнений помогает подвести учащихся к необходимому уровню развития пространственных представлений и подготовить их к изучению систематического курса геометрии.

Библиографический список

1. Верченко В. Б. Задания на наблюдения для развития пространственных представлений у учащихся 5-6 классов [Текст] / В.Б. Верченко // Математика в школе. – 1982. - №3. – С. 34-39.
2. Подходова Н. С. Развитие пространственного мышления учащихся 5-6 классов [Текст] / Н.С. Подходова // Математика в школе. – 1997. - № 2. – С. 29-34.
3. Якиманская И. С. Развитие пространственного мышления школьников [Текст] : учебное пособие для студ. пед. вузов / И.С. Якиманская. – М.: Просвещение, 1980. – 239 с.

***Соловьева О. В., Горев П. М.***

**Организация и содержание проектной деятельности   
школьников по созданию учебного видео   
на занятиях по геометрии**

Статья посвящена вопросам организации проектной деятельности учащихся средствами работы над учебным видео. Авторы предлагают также список тем возможных проектов учащихся, для которых может быть использована предложенная технология работы.

Глобальные изменения в информационной, коммуникационной, профессиональной и других сферах современного общества требуют корректировки содержательных, методических, технологических аспектов образования, пересмотра прежних ценностных приоритетов, целевых установок и педагогических средств. В этой ситуации, задачей системы образования является подготовка людей, приспособленных к жизни в условиях информатизации и развития новых технологий. Но сейчас выпускники школ, в большинстве своем, не приспособлены к активной деятельности в разных сферах экономической, культурной и политической жизни общества. Это доказывают международные исследования последнего десятилетия, например, исследования Международной программы по оценке образовательных достижений учащихся PISA (Programme for International Student Assessment), осуществляемой Организацией экономического сотрудничества и развития OECD, и Международного сравнительного исследования учебных достижений школьников TIMSS. По всем направлениям исследования PISA-2006 результаты российских учащихся статистически значимо ниже, чем результаты по странам OECD или чем средние международные результаты. В частности, рейтинг российских учащихся по математической грамотности среди своих сверстников из 57 стран составляет 32-36 место среди других стран. По сравнению с результатами предыдущих циклов, в исследовании по математике не произошло существенных изменений: состояние математической грамотности российских учащихся осталось на том же невысоком уровне, который был зафиксирован на предыдущих этапах исследования в 2000 и 2003 гг. [3].

Сравнение результатов России с результатами других стран явно показывает отличие приоритетов отечественного общего образования от приоритетов, характерных для многих стран. Результаты международных сравнительных исследовании учебных достижений школьников TIMSS (1995, 1999, 2003 и 2007 гг.) свидетельствуют, что уровень предметных знаний и умений российских восьмиклассников не ниже или превышает уровень учащихся многих стран, которые в исследованиях PISA (в 2000, 2003, 2006 гг.) показали существенно более высокий уровень умения применять свои знания в ситуациях, отличных от учебных. Это говорит о том, что в настоящее время, обеспечивая учащихся значительным багажом предметных знаний, российская система обучения мало способствует развитию у них умения выходить за пределы учебных ситуаций, в которых формируются эти знания, то есть решать задачи практического содержания [3].

В последние годы было предпринято много усилий, чтобы решить эту проблему, вводились старые забытые педагогические технологии, использовался опыт зарубежных стран или появлялись новые концепции. Например, развивающее обучение Д. Б. Эльконина и В. В. Давыдова, система Л. В. Занкова. Кроме того, активно начинают использоваться и различные педагогические технологии в рамках личностно-ориентированного обучения, такие как обучение в сотрудничестве, разноуровневое обучение, «портфель ученика», индивидуальный и дифференцированный поход к обучению, проектная деятельность учащихся.

Хотя проектная деятельность учащихся не является новшеством, но в нашей стране она долгое время не использовалась. Эта педагогическая технология может быть эффективно использована, при этом, не заменяя традиционную систему, а органично дополняя, расширяя ее. Сейчас проектная деятельность учащихся широко применяется в средних и высших профессиональных учебных заведениях по различным учебным дисциплинам, а вот в школах она начала применяться сравнительно недавно [4].

Для эффективного использования проектной деятельности учащихся в школе, в частности по математике, необходимы соответствующие методики, которые пока практически отсутствуют, а существующие – мало адаптированы под конкретных учащихся, учителей и учебный план.

Мы предлагаем вариант методики использования проектной деятельности учащихся по математике, в частности по геометрии, который, на наш взгляд, формирует навыки решения практических задач, выходящих за пределы учебных ситуаций. Конечный продукт такой проектной деятельности учащихся будет представлен в форме учебного видео. Проектная деятельность учащихся по созданию учебного видео полностью отражает древнюю китайскую пословицу: «Скажи мне – и я забуду. Покажи мне – и я запомню. Вовлеки меня – и я научусь». Вовлекаясь в деятельность создания учебного видео по решению каких-либо практических задач, ученик лучше усваивает навыки решения таких задач. Также такая проектная деятельность весьма эффективна и для закрепления знаний учащихся по какой-либо теме школьного курса математики.

Отметим также, что учебное видео относиться к экранно-звуковым средствам обучения, которые занимают особое место среди других средств обучения, так как они оказывают наиболее сильное обучающее воздействие, обеспечивая наглядность, достоверность, позволяют проникать в сущность процессов и явлений, раскрывают их в развитии и динамике.

Также видеотехника имеет большие педагогические возможности. Так называемый эффект присутствия особенно способствует повышению мотивации в обучении. Учебное видео даёт не только определенную сумму знаний, но и вызывает в воображении учеников визуальные, музыкально-слуховые и прочие образы, заставляют интенсивнее мыслить и находить адекватные способы для передачи содержания просмотренного видеоматериала.

Предлагаем следующие этапы проектной деятельности учащихся по созданию учебного видео по геометрии.

Помимо непосредственного выполнения проекта, проектная деятельность включает также предварительную подготовку учителя к организации проектной деятельности школьников, которая заключается в определении дидактических целей проектирования и включает поиск ответов на ряд вопросов такого характера:

* Какая тема школьного курса геометрии вызывает наибольшие затруднения у учащихся?
* Материал учебника какой темы школьного курса геометрии содержит недостаточно практических задач?
* Какие результаты можно ожидать при окончании проекта?
* Сколько времени потребуется для выполнения проекта?
* Какие знания потребуются учащимся для выполнения проекта, каким умениям надо будет их научить?

При организации непосредственной проектной деятельности школьников выделяется несколько этапов:

1. выбор темы и постановка задачи проекта;
2. выдвижение первоначальных идей;
3. выбор лучшей идеи;
4. планирование проектного задания;
5. непосредственное изготовление проекта;
6. оценка и защита проекта.

**Этап I. Выбор темы и постановка задачи проекта.**

Выбрать тему проекта можно разными способами, например, можно ориентироваться на изучаемую в данный момент тему, или низкий уровень знаний по какой-либо теме, или на подготовку к итоговой аттестации и так далее. В том или ином случае необходимо определить какие задачи практического содержания возможны для выбранной темы. Проект обычно начинается с мотивации учащихся на данную деятельность. Мотивами осуществления данного вида проектной деятельности учащихся являются:

1. закрепление и углубление знаний учащихся по определенной теме;
2. формирование условий для развития умения решать задачи практического содержания;
3. использование учителями на уроках математики в качестве средства обучения созданных учебных фильмов, то есть реальная польза от созданных учащимися проектов.

Затем необходимо познакомить учащихся с таким представлением результата проекта, как учебное видео. Для многих учащихся он окажется новым, поэтому важно показать отличие учебного видео от других видео-продуктов. Затем рекомендуется показать пример учебного видео и прокомментировать данные отличия, чтобы ученики не только услышали, но и увидели их. К концу данного этапа школьники должны сформулировать проектное задание.

**Этап II. Выдвижение первоначальных идей.**

На этом этапе необходимо определить способы и объекты, с помощью которых будут решаться поставленные практические задачи. Здесь важно не «навязывать» учащимся свою идею. Идея включает в себя понимание цели и пути её достижения. Чем больше выдвигается идей, тем больше возможностей найти самый верный путь удовлетворения проблемы. Под «идеей» здесь понимается начальное размышление учащихся о том, как можно решить те или иные практические задачи из школьного курса геометрии. При выработке идей происходит свободное самовыражение учащихся, развивается их творчество, способность генерировать идеи.

Этот этап удачно организуется на основе процедуры «мозговой штурм», которая является одним из наиболее простых методов активизации перебора вариантов, быстрого генерирования идей для решения проблемы. В основе «мозгового штурма» лежит разделение процессов генерирования идей и их оценки. Метод учитывает психологию не только отдельного человека, но и группы. Дело в том, что в группе люди по-иному реагируют на проблемы, чем человек, рассуждающий в одиночестве; к тому же в группе снимаются определенные ограничения, резко возрастает возбуждение.

«Мозговой штурм» сопровождается быстрым произвольным записыванием идей на доску, что помогает «освободить дорогу» для другой идеи, позволит идее «всплыть» на поверхность.

Правила «мозгового штурма»:

1. можно высказывать самые различные идеи, какими бы странными или непривлекательными они ни казались на первый взгляд;
2. необходимо высказывать идеи быстро, не задумываясь и не оценивая их;
3. избегать длинных предложений, содержащих анализ;
4. запрещается обсуждение идей (какая идея хорошая, а какая плохая).

На этом этапе важно «сгенерировать» как можно больше идей. Оценка высказанных идей будет произведена позже, тогда из них можно будет выбрать наиболее интересную.

**Этап III. Выбор лучшей идеи.**

В результате данного этапа учащиеся должны выбрать одну идею из всего множества предложенных ранее, которая и будет реализована в конечном продукте проекта. Задача учителя на этом этапе – помочь школьникам в процедуре отбора и оценки выдвинутых идей.

Оценить идею можно на основе требований, которые предъявляются к тому или иному объекту. Наиболее существенные требования к каждому объекту называются критериями. Критерий – это признак (показатель), на основании которого производится оценка. Следовательно, задачей учителя на этом этапе проектной деятельности будет помощь учащимся в выборе системы критериев для оценки. Учитель может задавать учащимся вопросы, ответы на которые помогут им сформулировать критерии. Например, при выборе способа для измерения вопросы могут быть следующие:

* Какой из способов самый простой в плане реализации? Какой сложный?
* Какой из способов интересен по своей реализации и демонстрации?
* Какие из способов требуют минимальных затрат?

Для оценки способа измерения объекта можно использовать следующую систему критериев: реализуемость способа; материалоёмкость; новизна; научность; приборы и материалы используемые при съёмке и другие. Договорившись о системе критериев, школьники приступают к отбору лучшей идеи из всего массива наработанного. Задача учителя – помочь школьникам выбрать процедуру оценки идей с помощью системы критериев. Для этого существует несколько приёмов.

* + 1. Качественная оценка идей. Учащийся пишет свои комментарии «за» и «против» («плюс» либо «минус») рядом с каждой идеей. Лучшей считается та идея, которая набрала больше «плюсов».
    2. Синтезирование новой идеи посредством комбинации лучших характеристик нескольких предыдущих идей. Это проще сделать, если все идеи изображены на одном листе или доске и их можно охватить одним взглядом.
    3. Приём «матрица принятия решений». Учащийся присваивает определённое количество балов каждой идее по отношению к критериям и заносит их в таблицу – «матрицу». Каждая идея оценивается по пятибалльной шкале. Подсчитывается количество баллов, набранных каждой идеей по всем критериям, выбирается идея, набравшая наибольшее число баллов.

**Этап IV. Планирование проектного задания, или непосредственно «проектный этап».**

В процессе проектного этапа происходит разработка проекта, а именно:

1. определяются необходимые ресурсы: временные, финансовые, трудовые, материальные (видеокамера, рулетка и др.), информационные (учебники, книги, электронные ресурсы и т.д.), которые можно оформить в виде таблиц;
2. составляется план-график выполнения отдельных работ по изготовлению видеофильма: написание сценария, съёмка, монтаж, озвучивание, презентация;
3. распределяются обязанности участников проекта: выбираются режиссер, оператор, монтажер, актеры, ответственный за инвентарь и другие;
4. пишется сценарий к учебному видео, который должен содержать подробное описание действий и слов учащихся при съемке и озвучивании учебного видео. Сценарий должен отражать понятный и логичный рассказ о самом решении задачи. Рекомендуем для примера показать учащимся сценарий к какому-либо учебному видео.

Задача учителя на этом этапе – помочь учащимся как можно детальнее разработать технологическую карту проекта, распределить обязанности, определить недостающие ресурсы, организовать написание сценария.

**Этап V. Непосредственное изготовление проекта.**

Школьники приступают к индивидуальному, коллективному или групповому выполнению задуманного проекта. На этом этапе важно координировать их деятельность, поддерживать мотивацию, развивать рабочие контакты участников. Скорее всего, потребуется организация одного или нескольких промежуточных отчётов участников, проведение индивидуальных или групповых консультаций для учащихся. На этом этапе важно обращать внимание школьников на технологическую карту проекта и не допускать отклонений от задуманного.

Главной составляющей этого этапа является съёмка видеоматериала, поскольку на его основе осуществляются все остальные этапы, а именно: монтаж, составление математической модели, озвучивание.

Как показывает опыт, съемка должна быть подробной, включающей несколько вариантов подачи материала, во избежание последующей досъёмки или пересъемки материала. Следует учесть и домашнюю работу учащихся над проектом. Монтаж отснятого материала, в принципе, могут осуществлять не все участники групп, достаточно нескольких, но в процессе монтажа должны участвовать все, подсказывая, обсуждая задачу. Это вызвано умением работать с прикладными программными средствами для обработки видео. Можно воспользоваться такими программными средствами как Windows Movie Maker, или Sony Vegas, или Ulead MediaStudio. Интерфейсы этих программ схожи, поэтому изучив одно из них, несложно научиться работать с другим [9]. Обязанности монтажера можно разделить: например, один обрабатывает отснятый материал, второй – готовит слайды для математической модели и так далее. Построение математической модели заключается в фиксации внимания учащихся на том, что лишние детали задачи отбрасываются. На видео это можно показать анимацией, при которой будут постепенно исчезать несущественные для решения задачи предметы. Например, здание превращается в прямоугольный параллелепипед, исчезают стены, окна и другие несущественные для задачи объекты; дерево превращается в вертикальный отрезок. Моделируя, школьники учатся «отбрасывать» эти ненужные объекты. Таким образом, учащиеся «видят» процесс абстракции, отвлечения от второстепенных, несущественных черт задачи, сводят ее к стандартной, решать которую они умеют.

Собрав в соответствии со сценарием в единое целое видео, приступаем к его озвучиванию, которое также записывается по сценарию. Для записи голоса потребуется микрофон и программные средства. Можно воспользоваться стандартным средством, а можно специальным, например, таким как Sound Forge, так как оно позволит обработать записанное аудио.

Записанное и обработанное аудио затем накладывается на подготовленное видео и производятся их состыковки.

Помимо работы с видео необходимо подготовить отчет по проделанной работе, в который включаются: обоснование выбора темы, описание проекта и хода работы над ним.

**Этап VI. Оценка и защита проекта.**

Это последний, экспертный этап проектной деятельности учащихся: защита выполненных проектов, самооценка и рефлексия своей деятельности участниками, экспертная оценка, предложения по совершенствованию деятельности. Проект оценивают не только по результатам практической работы. Не менее важно при этом развивать и оценочную деятельность школьников: как они сами оценивают работу, что получилось, а что нет, чему научились в ходе проекта, что не удалось сделать, перспективы улучшения своего проекта.

Важный момент этого этапа – осмысление учащимися сделанного. Здесь формируется их отношение к самостоятельной деятельности. Правильная организация этого этапа состоит:

Во-первых, в помощи учащимся оценить проект самостоятельно. Для этого предложите им ответить на следующие вопросы.

* Обращаясь к критериям: соответствует ли им выбранная вами идея?
* Обращаясь к оценке: каковы комментарии посторонних людей, и тех, кто будет использовать ваше учебное видео?
* Обращаясь к полученным результатам: как улучшить видео? Что изменить?

Во-вторых, в помощи школьникам оценить процесс проектирования. Для этого можно задать им следующие вопросы.

* Правильно ли вы сформулировали задачу проекта?
* Соответствовало ли ваше исследование поставленным целям?
* Обосновали ли вы каждый из критериев?
* Разнообразны ли были идеи? Учитывали ли они местные условия?
* Обосновали ли вы своё решение при выборе одной из них?
* Была ли достаточно полной проработка выбранной идеи?
* Насколько хорошо вы спланировали и использовали время?
* Что могло бы быть сделано по-другому, если бы вы снова начали разрабатывать этот проект?

В-третьих, в помощи учащимся подготовить проект к презентации.

Презентация, или защита, проекта – завершающий этап выполнения проекта, когда учащиеся докладывают о проделанной ими работе. Как правило, защита проектов осуществляется в форме выставки проектов учащихся – тех видеофильмов, если их несколько, которые они сняли. Выставка сопровождается выступлениями школьников с рассказом о своём видеофильме.

Весьма важный вопрос – оценка выполненных проектов, она должна носить стимулирующий характер. Школьников, добившихся особых результатов в выполнении проекта, можно отметить дипломами или памятными подарками. При этом поощрён должен быть каждый участник проекта. Не следует превращать презентацию в соревнование проектов с присуждением мест. Лучше выделить несколько номинаций и постараться сделать так, чтобы каждый проект «победил» в какой-либо номинации (например, «Познавательный проект», «Нужный проект», «Памятный проект», «Красочный проект», «Весёлый проект», «Оригинальный проект», «Дружный проект» и др.). Помимо личных наград можно предложить общий приз всему классу за успешное завершение проектов. Это может быть чаепитие, поход в театр (на выставку, в музей), пикник и т.п.

Мы также предлагаем темы проектных работ из курса геометрии средней школы с указанием теоретического материала, знание которого необходимо для проведения этой работы и класса, для которого будет ориентирован видео-фильм. Приведенные ниже темы в таблице подразумевают решение задач практического содержания [1, 2, 5, 6, 7, 8, 10].

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***№*** | ***Класс*** | ***Наименование работ*** | ***Используемый***  ***теоретический материал*** |
| **Построения геометрических фигур** | | | |
| 1 | 7 | Провешивание прямой | Понятие о прямой линии |
| 2 | 7 | Измерение и построение углов при помощи астролябии | Понятие градусной меры угла |
| 3 | 7 | Построение прямых углов:  1) при помощи экера (два случая);  2) методом засечек (два случая);  3) при помощи египетского треугольника | Понятие о прямом угле. Построение перпендикуляра к прямой из точки, взятой на прямой и вне её |
| 4 | 7 | Способы построения параллельных прямых | Понятие о параллельных прямых |
| 6 | 8 | Применение теорема Пифагора при построение прямого угла | Теорема Пифагора |
| **Измерение площадей** | | | |
| 5 | 8 | 1. при помощи палетки; 2. по координатам вершин; 3. по координатам планиметров | Понятие площади |
| **Определение высоты предмета** | | | |
| 8 | 7  7  8  8  8  8 | Определение высоты предмета, к основанию которого можно подойти:  1) при помощи прямоугольного равнобедренного треугольника;  2) при помощи эклиметра (2 случая);  3) при помощи тени;  4) при помощи высометра лесовода;  5) при помощи зеркала;  6) способом Жюля Верна. | Свойства прямоугольного равнобедренного треугольника.  Построение прямоугольного равнобедренного треугольника и решение прямоугольного треугольника.  Подобие треугольников. |
| 9 | 9  8  8 | Определение высоты предмета, к основанию которого подойти нельзя:  1) при помощи эклиметра;  2) при помощи высометра лесовода;  3) при помощи зеркала. | Построение косоугольного и прямоугольного треугольников.  Решение треугольников. |
| 10 | 9 | Определение глубины оврага  (нивеллирование) |  |
| **СЪЁМКА ПЛАНА** | | | |
| 11 | 7 | Съёмка плана застроенного участка методом триангуляции | Построение треугольника по трём сторонам |
| 12 | 7 | Съёмка плана обходом | Применение масштаба |
| 13 | 8 | Съёмка плана с магистрали методом координат | Построение многоугольника по координатам его вершин |
| 14 | 9 | Маршрутная съёмка | Понятие об азимуте и румбах |
| 15 | 9 | Глазомерная съёмка плана местности обходом при помощи румбов | Понятие об азимуте и румбах |
| 16 | 8 | Мензульная съёмка плана полярным способом | Подобное преобразование |
| 17 | 8 | Мензульная съёмка плана с базиса методом засечек | Подобное преобразование |
| **ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ ДВУМЯ ТОЧКАМИ** | | | |
| 18 | 7  7  7  8  9  9 | Определение расстояния между двумя точками, одна из которых недоступна:  1) построением прямоугольного равнобедренного треугольника;  2) построением равных прямоугольных треугольников;  3) построением равных косоугольных треугольников;  4) построением подобных треугольников;  5) построением и решением прямоугольного треугольника;  6) построением и решением косоугольного треугольника | Равенство и построение треугольников.  Построение и подобие треугольников.  Решение прямоугольных треугольников. |
| 19 | 8    9  7  8 | Определение расстояния между двумя точками, каждая из которых доступна, но из одной другую видеть нельзя:  1) построением и решением прямоугольного треугольника;  2) построением и решением косоугольного треугольника;  3) построением равных треугольников;  4) по свойству средней линии треугольника (два случая) | Решение треугольников.  Решение косоугольных треугольников.  Равенство и построение треугольников.  Свойство средней линии треугольника. |
| 20 | 8  7 | Определение расстояния между двумя недоступными точками:  1) с базиса при помощи астролябии;  2) построением параллелограмма | Решение косоугольных треугольников.  Свойство параллелограмма. |
| 21 | 8 | Определение расстояния между двумя точками, к каждой из которых можно подойти построением прямоугольника | Свойство прямоугольника |

Библиографический список

* + - 1. Атанасян Л. С. Геометрия [Текст]: учебник для 7-9 кл. сред. шк. / В. Ф. Бутузов [и др.]; под ред. Л.С. Атанасяна. – М.: Просвещение, 1995.- 335 с.
      2. Знаменский М. А. Измерительные работы на местности [Текст] / М. А. Знаменский. – М.: Учпедгиз, 1956. – 190 с.
      3. Международная программа по оценке образовательных достижений учащихся (2003 г.) [Электронный ресурс] / [Режим доступа: <http://www.centeroko.ru/pisa06/pisa06_res.htm>].
      4. Основные результаты международного исследования образовательных достижений учащихся PISA-2006 [Электронный ресурс] / [Режим доступа: http://www.centeroko.ru/pisa03/pisa03.htm].
      5. Перельман Я. И. Геометрия на вольном воздухе [Текст] / Я. И. Перельман; А. Л. Бондаренко. – М.: АСТ, 2008. – 94 с.
      6. Перельман Я. И. Занимательная геометрия [Текст] / Я. И. Перельман. – М.: Астрель, 2007. – 350 с.
      7. Погорелов А. В. Геометрия [Текст]: учеб. для 7-9 кл. общеобразоват. учреждений / А. В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2005. – 224 с.
      8. Репьев В. В. Практические работы по математике на местности [Текст] / В. В. Репьев. – Горький, 1953. – 84 с.
      9. Ривкин М. Ю. Видеомонтаж с нуля! [Текст] / М. Ю. Ривкин. – М.: Лучшие книги, 2004. – 416 с.
      10. Смычников Д. М. Измерительные работы по математике на местности в курсе средней школы [Текст] / Д. М. Смычников. – М.: гос. учебно-педагогич. изд-во министерства просвещения РСФСР, 1953. – 124 с.
      11. Трунов И. П. Измерительные работы на местности в курсе средней школы [Текст] / И. П. Трунов. – М.: Учпдгиз, 1956. – 72 с.

***Тебенькова С. В., Горев П. М.***

**Интеграция математических и гуманитарно-ориентированных знаний в проектах учащихся профильной школы**

Статья раскрывает возможности интеграции знаний в достаточно необычном сочетании – математики и гуманитарных дисциплин, таких как литература, искусство, музыка. Интерес могут представлять разработанные авторами аннотации проектов учащихся.

В последнее время увеличивается количество комплексных проблем, стоящих перед человечеством, проблем, решение которых возможно лишь с привлечением знаний из различных отраслей науки. Ставится вопрос о формировании нового, интегративного способа мышления, характерного и необходимого для современного человека. В теории и практике учителя все больше стали уделять внимание интегрированному подходу к преподаванию различных предметов в школе. Представляют ценность связи не только с родственными по содержанию дисциплинами (родным языком, иностранным и литературой), но и межцикловые связи (с математикой, географией, историей и т.д.)[5].

Возникла острая проблема несоответствия требований рынка труда к знаниям, умениям выпускников школ. Мы пытаемся раскрыть роль и место интеграции математических и гуманитарно-ориентированных знаний в проектах учащихся профильной школы.

*Интеграция* (лат.) – восстановление, восполнение, объединение частей в целое (integer – целый), причем не механическое соединение, а взаимопроникновение, взаимодействие, взаимовидение.

Существует множество видов интеграции: по методам, приемам, способам, уровням, направлениям. Это целая область науки, которую условно можно назвать структурной методологией интеграции. Современная система образования позволяет использовать в практической деятельности учителя далеко не все виды интеграции. Результаты интегрированного обучения проявляются в развитии творческого мышления учащихся. Оно способствует не только интенсификации, систематизации, оптимизации учебно-познавательной деятельности, но и овладению грамотной культуры (языковой, этической, исторической, философской). А тип культуры определяет тип сознания человека, поэтому интеграция чрезвычайно актуальна и необходима в современной школе.

Технология проектного обучения рассматривается в системе личностно ориентированного образования и способствует развитию таких личностных качеств школьников, как самостоятельность, инициативность, способность к творчеству, позволяет распознать их насущные интересы и потребности и представляет собой технологию, рассчитанную на последовательное выполнение учебных проектов. Понятие «проект» в широком понимании – все, что задумывается или планируется. В переводе с латинского языка «проект» означает «брошенный вперед», т.е. замысел в виде прообраза объектов.

При реализации проектной технологии создается конкретный продукт, часто являющийся результатом совместного труда и размышлений учащихся, который приносит им удовлетворение, в связи с тем, что школьники в результате работы над проектом пережили ситуацию успеха, самореализации. Проектная технология, обретая черты культурно-исторического феномена, создает условия для ценностного переосмысления, диалога, при освоении содержания школьного образования, применения и приобретения новых знаний и способов действия.

*Целью проектной технологии* является самостоятельное «постижение» школьниками различных проблем, имеющих жизненный смысл для обучаемых. Данная технология предполагает «проживание» учащимися определенного отрезка времени в учебном процессе, а также их приобщение к фрагменту формирования научного представления об окружающем мире, конструирование материальных или других объектов. Материализованным продуктом проектирования является учебный проект, который определяется как самостоятельно принимаемое учащимися развернутое решение проблемы. В проекте наряду с научной (познавательной) стороной решения всегда присутствуют эмоционально-ценностная (личностная) и творческая стороны. Именно эмоционально-ценностный и творческий компоненты содержания определяют, насколько значим для учащихся проект и как самостоятельно он выполнен. Основной тезис современного понимания технологии проектного обучения звучит таким образом: «все, что я познаю, я знаю, для чего это мне надо и где и как я могу это содержание применить».

Итак, данная технология всегда ориентирована на самостоятельную деятельность учащихся – индивидуальную или групповую, которую школьники выполняют в течение определенного отрезка времени, и предполагает совокупность проблемных методов обучения, творческих по своей сути. Данная технология строится с учетом принципов гуманизации, коммуникативности, индивидуализации, деятельностного, ценностного подходов, ориентированных не только на формирование знаний и умений у учащихся, а на самореализацию их личности.

Проектная деятельность осуществляется с учетом последовательно выделенных этапов: ценностно-ориентационного, конструктивного, оценочно-рефлексивного, презентативного.

*Первый этап проектного цикла* – ценностно-ориентационный, включает в себя следующий алгоритм деятельности учащихся: осознание мотива и цели деятельности, выделение приоритетных ценностей, на основе которых будет реализовываться проект, определение замысла проекта. На данном этапе важно организовать деятельность по коллективному обсуждению проекта и организации его выполнения. В этой связи учащихся стимулируют для высказывания идей по реализации проекта. С этой целью, как показывает опыт учителей, на доске выписывают все идеи, выдвигаемые учащимися, не отвергая их. Когда высказано значительное число предложений, совместно с учащимися следует, исходя из замысла проекта, обобщить и классифицировать основные направления выдвинутых идей в наиболее наглядной и понятной для них форме. На этом этапе строится модель деятельности, определяются источники необходимой информации, выявляется значимость проектной работы, производится планирование будущей деятельности. Определенную роль на первом этапе играет направленность учащихся на успех предстоящего дела.

*Второй этап* – конструктивный, включающий собственно проектирование. На этом этапе учащиеся, объединяясь во временные группы (из 4-5 человек) или индивидуально, осуществляют проектную деятельность: составляют план, осуществляют сбор информации по проекту, выбирают форму реализации проекта (составление научного отсчета, доклада, создание графической модели, дневника и т.д.). Учитель на данном этапе осуществляет консультацию учащихся. В этот период учащиеся учатся творческому поиску лучшего варианта решения задачи. Учитель, прежде всего, поддерживает (стимулирует) школьников, помогает выразить мысль, дает советы. Этот период самый длительный по времени.

*Третий этап* – оценочно-рефлексивный. Его основу составляет самооценка деятельности учащихся. Рефлексия должна сопровождать каждый этап проектной технологии. На данном этапе проект оформляется, компонуется и готовится к презентации. На основе рефлексии может проводиться корректировка проекта (учет критических замечаний учителя, товарищей по группе). Учащиеся продумывают следующее: как можно улучшить работу, что удалось, что не получилось, вклад каждого участника в работу.

*Четвертый этап* – презентативный, на котором осуществляется защита проекта. Презентация – результат работы разных групп и индивидуальной деятельности, итог общей и индивидуальной работы. Защита проекта происходит как в игровой форме (круглый стол, пресс-конференция, общественная экспертиза), так и в неигровой форме.

Учащиеся предоставляют не только результаты и выводы, но и описывают приемы, при помощи которых была получена информация, рассказывают о проблемах, возникших при выполнении проекта, демонстрируют приобретенные знания, умения, творческий потенциал, духовно-нравственные ориентиры. На данном этапе учащиеся приобретают и демонстрируют опыт представления итогов своей деятельности. Во время защиты проекта выступление должно быть кратким, свободным. Для привлечения интереса к выступлению используют следующие приемы: привлекают убедительную цитату, яркий факт, исторический экскурс, интригующую информацию, используют плакаты, слайды, карты, графики. На этапе презентации учащиеся включаются в дискуссию по обсуждению проектов, учатся конструктивно относиться к критике своих суждений, признавать право на существование различных точек зрения на решение одной проблемы, осознают собственные достижения и выявляют нерешенные вопросы. На данном этапе учителю следует обратить внимание на перспективы работы над данным проектом.

Поскольку технология проектного обучения ориентирована на «создание» новых знаний об объекте, процессе, способе деятельности, то изменяется и роль учителя. Он должен овладеть технологией проектирования деятельности учащихся, уметь исполнять роль «независимого консультанта».

Экспертная оценка проекта является необходимым компонентом данной технологии, без которой проект состояться не может. Этим проектное обучение отличается от выполнения обычных проблемных заданий.

Программа экспертной оценки задается путем формулировки логической цепочки вопросов – стандартизированного, формализованного характера, призванных показать глубину раскрытия знаний по рассматриваемой проблеме, информированность в соответствующей области, умение решать поставленные задачи, а также вопросов, раскрывающих субъективную позицию, воплощающих проект: интерес к проблеме, инициативность, способность к коммуникации, ответственность и т.д.

Нередко эксперты (из числа школьников и учителей) проводят экспертизу с помощью пяти- и десятибалльной шкалы.

Проектная технология включает промежуточную и итоговую оценку проекта и осуществляется либо учителем, либо независимыми экспертами из числа учащихся. Оценка результатов работы должна быть такой, чтобы учащиеся пережили ситуацию успеха. С этой целью организуется совместное обсуждение проекта учителем и учащимися [8].

## Проектная деятельность учащихся, интеграция математики и литературы

«Потому и весело работать над стихом, что в этой области почти все спорно», - писал известный советский стиховед Б. В. Томашевский. Математика делает доказательными наблюдения, подтверждая числами интуицию. Математические методы целесообразно применять в изучении стиха на уроках литературы.

Рассмотрим темы, которые могут быть предложены ученикам, для создания проектов.

**Проект 1. «Цена» одной буквы.**

*Примерный план содержания проекта и содержание каждого пункта плана.*

А) Введение (актуальность темы проекта, цель проекта).

Люди, серьезно занимающиеся литературой, понимают, насколько ценна каждая буква русского языка. Как важно грамотно подать информацию, чтобы не возникало никаких противоречий в осмыслении ее. Зададимся целью выяснить, как находится количество информации одной буквы и зачем необходимо, чтобы наш язык был избыточен.

Б) Количество информации в одной букве поэтической речи.

Зная количество информации в одной букве поэтической речи, легко можно вычислить количество информации, содержащееся в стихотворении, поэме и т.д. Ведь эта информация равна сумме информаций букв, составляющих это произведение. Можно рассчитать, какое количество информации несет каждая буква русского языка. Всего 33 буквы в русском языке, но букву «Ё» считают равной с «Е», значит всего 32 буквы. Очень удобно число 32 для того, чтобы измерять его двоичными логарифмами: 25=32. (на этом месте можно разобрать, что такое логарифм, свойства логарифмов). Значит, одна буква русского языка несет информацию, равную log232=5, т.е. 5 битов. Но на самом деле это не так. 5 битов – максимальное количество информации, которое могла бы нести одна буква русского языка, не имей все языки свойства, называемого в теории информации избыточностью.

В) Избыточность, её важность в русском языке.

Избыточность позволяет нам судить о том, насколько отличается максимальная информация, которую может нести кодовый знак, от той, которую реально несет знак этого кода. Любой естественный язык обладает этим свойством. Зачем нужна избыточность? Попробуйте представить себе, что означала бы ошибка в одной букве языка, лишенного избыточности. Рассмотрим рассказ Чехова «душечка»: если в телеграмме, которую получила Оленька, слово «хохороны» мы понимаем, как искаженные «похороны», то в языке, лишенном избыточности, оно являлось бы самостоятельным и осмысленным словом и могло значить, предположим, «отъезд» или «празднество». Представьте себе врача, который, совершив описку в рецепте – всего лишь одну букву! – мог бы прописать больному не лекарство, а яд. Значит, избыточность языка – это не излишество, а его полезное и важное свойство, которое возникло тысячелетия назад [10].

Г) Выводы.

В ходе проведенной работы было выяснено, что подсчитывать количество информации, которую несет одна буква поэтической речи, можно с помощью логарифмов, и то, что одна неправильно записанная буква может поменять коренным образом весь смысл сообщения.

**Методические рекомендации.** Данный проект можно порекомендовать для учеников старших классов, когда в программе по математике изучаются логарифмы. Проект подходит как для урока, так и для факультатива. По продолжительности времени проведения проекта считать средней длительности. По количеству участников – индивидуальный проект, выполняемый самостоятельно одним школьником. По способу преобладающей деятельности – познавательный проект, направлен на сбор информации по предложенной теме. По использованию дидактических средств – «классические» средства (учебники, научно-популярная, художественная литература и т.д.), информационные и коммуникативные средства (компьютеры, периферийное оборудование). Продуктом проектной деятельности может послужить доклад « «Цена» одной буквы» на 5-7 минут.

**Проект 2. Теория вероятностей и русский стих.**

*Примерный план содержания проекта.*

А) Введение (актуальность темы проекта, цель проекта).

Чтобы определить, подчиняется ли изучаемый нами текст, будь это проза или стихи, каким-то принципам организации ритма, или его ритм возникает случайно, лишь следуя законам чередования русских слов, пользуются законами вероятностей.

Б) Краткие исторические сведения о применении математических методов к изучению ритмики стиха.

Впервые математические методы к изучению ритмики стиха были применены в 1910 году известным поэтом и теоретиком Андреем Белым. В 20-х годах математическим анализом стиха занялись профессиональные литературоведы. Г. Шенгели, В. Чудовский, Б. Ярхо и особенно Б. Томашевский дали много нового и ценного русскому стиховедению, внеся аппарат статистики в изучение стиха (книга Томашевского «Стих и язык» переиздана в 1958 году, книга Шенгели «Техника стиха» в 1960).

Однако в методике «формальной школы» были существенные математические ошибки. К тому же столь плодотворные для науки о стихе идеи теории информации и кибернетики появились гораздо позже. Поэтому в течение 40 – 50-х годов математические методы в стихотворении не применялись. В 1960 году поэтикой заинтересовались математики – специалисты в теории вероятностей А.Н. Колмогоров и Н.Г. Рычкова.

В 60–е годы над математическим анализом стиха работали как профессиональные стиховеды и лингвисты, так и математики [10].

В) Вероятность появления того или иного ритмического вида слова.

Ритм русской речи создает чередование ударных и безударных слогов. В каждом самостоятельном «неслужебном» русском слове есть одно обязательное ударение, который может падать на любой слог слова. В зависимости от того, сколько слогов имеется в слове и на какой по счету слог падает ударение, могут существовать различные ритмические виды слов.

Проверка «случайности» ритма делается с помощью закона умножения вероятностей.

Каждая сторона монеты – орел или решка – выпадает с одинаковой вероятностью, равной 0,5. Как вероятно, что у нас два раза выпадет решка? Теория вероятностей говорит: для того, чтобы узнать о наступлении одного независимого события после другого (выпадение решки после того, как у нас выпала решка), нужно перемножить вероятности этих событий (в нашем случае 0,5 умножить на 0,5, что даст 0,25 – значит, выпадение двух решек подряд имеет вероятность, равную 0,25).

Точно так же, чтобы узнать, с какой вероятностью может появиться у нас сочетание ритмических видов слов, нужно перемножить их вероятности. Например, с какой вероятностью может возникнуть сочетание четырех двухсложных слов с ударением на втором слоге, т.е. один из вариантов строки четырехстопного ямба?

Перемножим вероятность этого ритмического вида четыре раза и получим искомый ответ. Подсчитано, что слова из двух слогов с ударением на втором встречаются в среднем 164 раза на 1000 слов, т.е. с вероятностью 0,164. Значит, случайная последовательность такой «ямбической строки» в прозе должна появиться с вероятностью 0,1640,1640,1640,164, что равно примерно 0,001. Значит, среди тысячи слов прозы может совершенно случайно, «автоматически возникнуть» одна такая строка четырехстопного ямба. А если взять две строки, то нам нужно перемножить вероятность появления одной строки на вероятность появления другой – в нашем случае это будет та же самая вероятность – получим ответ: 0,0010,001=0,000001 [10].

Г) Выводы.

Итак, теория вероятностей позволяет проверять, случайно или не случайно возник тот или иной ритм. И подсчеты, проведенными учеными самых различных специальностей – стиховедами, математиками, лингвистами, показала, что в обычной деловой и даже художественной прозе ритм возникает автоматически.

**Методические рекомендации**. Данный проект можно порекомендовать для учеников среднего звена, когда дети уже знают, как решать комбинаторные задачи. Проект в большей степени подходит для факультативов. По продолжительности времени проведения проекта считать средней длительности. По количеству участников – коллективный проект, выполняемый парой учеников. По способу преобладающей деятельности – познавательный проект, направлен на сбор информации по предложенной теме. По использованию дидактических средств – «классические» средства (учебники, научно-популярная, художественная литература и т.д.), информационные и коммуникативные средства (компьютеры, периферийное оборудование). Продуктом проектной деятельности может послужить презентация, созданная в PowerPoint [15].

## Проектная деятельность учащихся, интеграция математики и МХК (мировая художественная культура)

Геометрия и живопись – идеальный вариант для создания проектов на интегрированных уроках математики и МХК, так как на протяжении многих столетий геометрия дарила живописи различные изобразительные возможности, обогащала язык живописи, а живопись эпохи Возрождения стимулировала исследования по геометрии, дала начало проективной геометрии. Геометрия, будучи могучей ветвью древа математики, является в то же время и тем связующим стержнем, который проходит через всю историю живописи. [6]

На уроках данного вида целесообразно рекомендовать детям создание творческих проектов (например, создание журнала, выставка рисунков, буклетов), познавательных проектов (доклад, сообщение), где применяются «классические дидактические средства»: печатные (учебники, хрестоматии, научно-популярная литература), наглядные (рисунки, чертежи), информационно-коммуникативные средства (компьютеры, периферийное оборудование).

Рассмотрим темы, которые могут быть предложены ученикам, для создания проектов.

**Проект 1. «Ортогональная» живопись Древнего Египта.**

Идея незыблемости, вечности абсолютной власти фараона пронизывала всю философию и весь жизненный уклад древнеегипетского общества. Эта идея нашла воплощение в древнеегипетской живописи. Какой же изобразительный прием, какая геометрия лучше всего подходили для воплощения идеи незыблемости? Таким геометрическим методом является, конечно, метод ортогональных проекций.

А) Введение.

Система ортогональных проекций составила геометрическую основу живописи Древнего Египта. Метод ортогональных проекций, как наиболее простой, занял в схеме развития геометрии живописи первое место. Ортогональные проекции передавали без искажения контуры реальных предметов, а идея метода, как справедливо заметил Леонардо да Винчи, была подсказана человеку самой природой: тень, отброшенная вечерним солнцем на стену, и была первой картиной, нарисованная этим методом.

Б) Ортогональные проекции в геометрии.

Построение изображений пространственных фигур на плоскости (и на других поверхностях) составляет предмет начертательной геометрии. Наиболее важные требования к геометрическому чертежу сводятся к трем свойствам: верности, наглядности и простоте построения. Изображение пространственной фигуры обычно рассматривается в элементарной геометрии как параллельная проекция этой фигуры на некоторую плоскость. Аппарат параллельного проектирования состоит из: 1) плоскости П, называемой плоскостью проекции; 2) прямой Δ, непараллельной проекции. Если эта прямая перпендикулярна плоскости П, то проекция называется прямоугольной или ортогональной [2] .

В) Назначение древнеегипетской живописи.

Идея незыблемости, вечности абсолютной власти фараона, почитавшегося сыном бога, пронизывала всю философию и весь жизненный уклад древнеегипетского общества. Эта идея не только откристаллизовалась в острых гранях пирамид – апофеозе вечности, но и нашла воплощение в древнеегипетской живописи. Согласно «философии вечности» образы древнеегипетской живописи также должны вбирать в себя все происходящее и наиболее устойчивое.

Образы-существительные слагались в картины-предложения, и даже картины-повествования. Живопись Древнего Египта была близка к письменности, и образы-существительные часто перемежались с иероглифами, от которых они отличались лишь степенью детализации, количеством потребностей. Собственно говоря, в древнеегипетской живописи, и произошло разделение древнего пиктографического письма на иероглифическую письменность, которая все дальше отходила от изображения реальных объектов и все более приобретала знаковый характер, и живопись, в которой все зримее проступали художественные образы, и все более стирались знаковые особенности.

Г) Применение метода ортогональных проекций в живописи.

Какой же изобразительный прием, какая геометрия лучше всего подходили для создания образа-существительного, для воплощения идеи незыблемости? Таким геометрическим методом является метод ортогональных проекций. Только в ортогональной проекции форма предмета может быть зафиксирована единственным образом и переданы без искажений контуры реального предмета.

Ортогональные проекции позволяли древнеегипетскому художнику сообщать зрителю объективную информацию об окружающем мире. Этот метод был в совершенстве разработан живописцами Древнего Египта. Поскольку художник не мог дать все три проекции предмета (все-таки это была живопись, а не чертеж), он делал одну проекцию с наиболее характерной стороны, в наиболее выгодном ракурсе. Вот почему при изображении животных выбирался вид сбоку, у человека голова и ноги давались в профиль, а грудь и плечи – в фас. И все-таки была проблема изображения глубины пространства. В ряде случаев художник заслонял одну фигуру другой, показывая тем самым взаимное расположение этих фигур в третьем измерении.

Д) Выводы.

Что касается живописи Древнего Египта в целом, то лучшая оценка дана Б. Раушенбахом: «Среди искусств, взявших за основу изображение геометрии объективного пространства, древнеегипетское является наиболее цельным и законченным» [6].

**Методические рекомендации**. Данный проект рекомендован для 10-11 классов, когда идет изучение стереометрии. Проект может быть реализован на уроке. По продолжительности времени проведения проекта считать долгосрочным. По количеству участников – групповой проект, выполняемый всем классом. По способу преобладающей деятельности – познавательный проект, направлен на сбор информации по предложенной теме, есть часть творческая, когда дети рисуют картины. По использованию дидактических средств – «классические» средства (учебники, научно-популярная, художественная литература и т.д.), информационные и коммуникативные средства (компьютеры, периферийное оборудование). Продуктом проектной деятельности может послужить презентация [15], которая представляет собой теоретическую часть проекта, и организовывается параллельно выставка детских рисунков «Ортогональная живопись. Древний Египет» – практическая часть проектной деятельности.

**Проект 2. «Параллельная» живопись средневекового Китая.**

Попытки передать глубину пространства на плоскости картины, согласовать умозрение со зрением привели к образованию новой геометрической системы в живописи – аксонометрии, или параллельной перспективы.

А) Введение.

Аксонометрия (параллельная перспектива) характерна для живописи средневекового Китая. Так как ортогональные проекции никак не передавали глубину реального пространства, поэтому уже в искусстве Древнего Египта появились робкие ростки аксонометрии. Строгий математический взгляд на аксонометрию как центральную проекцию с бесконечно удаленным центром сложился в XVIII веке в трудах немецкого математика И.Г. Ламберта (1728 -1777).

Б) Аксонометрия в геометрии (центральная проекция с бесконечно удаленным центром проектирования).

Иногда изображение какой-либо пространственной фигуры должно удовлетворять определенным дополнительным требованиям.

Например, некоторые отрезки или плоские сечения должны быть изображены без искажений (т.е. в натуральную величину) или должно быть ясно из чертежа, каковы размеры отдельных отрезков или в каком отношении находятся их длины и т.п. В таких случаях может оказаться очень полезным один общий способ изображения пространственных фигур (в параллельной проекции) – способ аксонометрии.

В) Особенности живописи средневековья Китая.

В отличие от средневековой Европы искусство Китая не было сковано путами церковных догматов. Здесь мирно существовало три течения: конфуцианство, даосизм и буддизм – и два направления искусства: религиозное и светское. Именно в природе китайские художники, многие из которых были монахами, искали и умиротворяющую гармонию.

Г) Использование метода «параллельной перспективы» в живописи средневекового Китая.

Аксонометрия, как известно, есть центральная проекция с бесконечно удаленным центром проектирования. Таким образом, именно в этой геометрической системе точка зрения художника отодвигалась в бесконечность, художник растворялся в безграничных пространствах природы и бесстрастно взирал на ее мудрое спокойствие. В силу своей геометрии (параллельные линии остаются параллельными) аксонометрия не знает ни угла зрения, ни точек схода, ни линии горизонта.

Увидеть параллельную перспективу китайской живописи лучше в бытовых картинах, где упорядоченно стоят оформленные творения рук человеческих, например, параллелепипеды домов. Аксонометрия здесь очевидна.

Аксонометрия имеет три координаты. Если оси координаты выбрать так, чтобы по двум осям иметь фронтальную ортогональную проекцию (без искажений), то по третьей координате обязательно будут искажения. Это фронтальная косоугольная аксонометрия, в которой, как правило, творили китайские художники.

Д) Выводы.

Аксонометрия является не только условным геометрическим приемом живописи, отвечающим определенной философии. Как сказал Б. Роушенбах, аксонометрия является совершенно законным вариантом перцептивной («видимой») перспективы, применимым для изображения очень далеких или очень близких и не слишком протяженных предметов. Первый случай и реализуется в китайских пейзажах [6].

**Методические рекомендации**. Данный проект рекомендован для 10-11 классов, когда идет изучение стереометрии. Проект может быть реализован на уроке. По продолжительности времени проведения проекта считать долгосрочным. По количеству участников – групповой проект, выполняемый всем классом. По способу преобладающей деятельности – познавательный проект, направлен на сбор информации по предложенной теме, есть часть творческая, когда дети рисуют картины. По использованию дидактических средств – «классические» средства (учебники, научно-популярная, художественная литература и т.д.), информационные и коммуникативные средства (компьютеры, периферийное оборудование). Продуктом проектной деятельности может послужить презентация [15], которая представляет собой теоретическую часть проекта, и организовывается параллельно выставка детских рисунков «Параллельная живопись. Средневековый Китай» - практическая часть проектной деятельности.

**Проект 3. Линейная перспектива Возрождения.**

А) Введение.

Вера в идеалы гуманизма, в могущество человеческого разума будоражила воображение и придавала силы разбуженным умам Возрождения. Новое мышление пришло и в живопись. В условиях ломки старых канонов, в условиях торжества эмпирического знания язык живописи также должен был опираться на непосредственный зрительный опыт человека. Таким геометрическим языком живописи стала перспектива.

Б) Учение о перспективе Леонардо да Винчи.

Считая зрение высшей формой знания, а себя – «учеником опыта», гений высокого Возрождения Леонардо да Винчи подразделял учение о перспективе на три части: «Первая из них содержит только очертания тела; вторая – об ослаблении цветов на различных расстояниях; третья – об утрате отчетливости тел на разных расстояниях». «Геометрическую часть» учения о перспективе, которая давала универсальный способ построения на плоскости картины окружающего пространства с помощью прямых линий – линии горизонта, линии схода и т.п., – стали называть линейной перспективой.

В) Геометрические основы перспективы.

Г) Как линейная перспектива помогала художнику по-новому организовать живописное произведение (на примере любой картины эпохи Возрождения).

Рассмотрим фреску «Тайная вечеря» Леонардо да Винчи. Композиция картины математически строга и проста. Главная точка картины, куда ведут образы параллельных линий стен и потолка, приходится на правый глаз Христа. Таким образом, геометрический центр картины и ее смысловой центр строго совпадают. Двенадцать апостолов расположены вокруг своего учителя четырьмя группами: по две группы с каждой стороны от него и по три человека в каждой группе. Две ближние к Христу группы компактны и более динамичны: они словно вписаны в два треугольника, обрамляющих треугольник центральной фигуры. Две крайние группы образуют четырехугольники. Вся композиция строго симметрична и строго уравновешена относительно вертикальной оси, проходящей через ее главную точку. «Тайная вечеря» - это наука и искусство, которые для Леонардо да Винчи были слиты воедино.

Д) Выводы.

На протяжении почти 500 лет линейная перспектива считалась непререкаемым авторитетом в живописи. Такой «рекламе» линейная перспектива была обязана математике. Именно благодаря тому, что линейная перспектива основана на строгих единых геометрических правилах, она и оказалась единственно возможной, единственно правильной и непогрешимой.

**Методические рекомендации**. Данный проект рекомендован для 10-11 классов, когда идет изучение стереометрии. Проект подходит для факультатива. По продолжительности времени проведения проекта считать средней длительности. По количеству участников – коллективный проект, выполняемый парой или несколькими учениками. По способу преобладающей деятельности – познавательный проект, направлен на сбор информации по предложенной теме. По использованию дидактических средств – «классические» средства (учебники, научно-популярная, художественная литература и т.д.), информационные и коммуникативные средства (компьютеры, периферийное оборудование). Продуктом проектной деятельности может послужить презентация PowerPoint, в которой обоснована линейная перспектива, произведен анализ картины по ее иллюстрации.

## Проектная деятельность учащихся, интеграция математики и музыки

Математика и музыка – два школьных предмета, два полюса человеческой культуры. Слушая музыку, мы попадаем в волшебный мир звуков. Решая задачи, погружаемся в строгое пространство чисел. И не задумываемся о том, что мир звуков и пространство чисел издавна соседствуют друг с другом. [9]

«Мне казалось, что математика и музыка находятся на крайних полюсах человеческого духа, что этими двумя антиподами ограничивается и определяется вся творческая духовная деятельность человека, и что между ними размещается все, что человечество создало в области науки и искусства», – писал Г.Нейгауз. Непривычно слушать подобные слова, исходящие из уст музыканта. Казалось бы, искусство – весьма отвлеченная от математики область. Однако связь математики и музыки обусловлена как исторически, так и внутренне, несмотря на то, что математика – самая абстрактная из наук, а музыка – наиболее отвлеченный вид искусства.

Рассмотрим темы, которые могут быть предложены ученикам, для создания проектов.

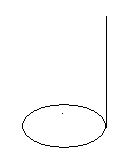
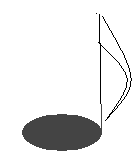
**Проект 1. Дроби и ноты.**

А) Введение.

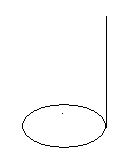
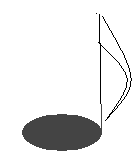
Мы живем в мире звуков. Люди давно научились записывать различные звуки с помощью специальных знаков. Музыкальные звуки записываются с помощью нот. Давайте определим, какая же дробь соответствует какой ноте определенной длительности.

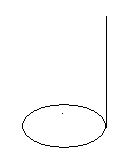
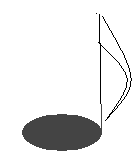
Б) Длительности звучания нот и соответствующие им дроби.

Ноты отличаются по длительности их звучания. Самая «длинная» нота – целая. Её обозначают ○. С точки зрения математики целую ноту можно принять за единицу. Послушаем её (демонстрация длительности звучания целой ноты со счетом вслух: «1-и-2-и-3-и-4-и».)

Нота вдвое короче целой называется половинной и обозначается . Послушаем её. С точки зрения математики, целую ноту можно принять за единицу, половинная в два раза короче, значит, половинной ноте соответствует дробь  Нота вдвое короче половинной называется четвертой и обозначается . Послушаем ее. С точки зрения математики, половинной ноте соответствует дробь , а четвертая в два раза короче, значит, четвертой ноте соответствует дробь Нота вдвое короче четвертой называется восьмой и обозначается . Послушаем ее. С точки зрения математики, четвертой ноте соответствует дробь , а восьмая в два раза короче, значит, восьмой ноте соответствует дробь  Нота вдвое короче восьмой называется шестнадцатой и обозначается . Послушаем ее. С точки зрения математики, восьмой ноте соответствует дробь , а шестнадцатая в два раза короче, значит, шестнадцатой ноте соответствует дробь 

В) Сравнение нот и дробей.

Сравним длительности звучания таких нот: 1)  и ; 2) ○ и ; 3)  и ; 4) + и .

Так как , то  > ; так как , то < ○; так как , то  <; так как , то + =.

Но в музыке не используется знак «+», поэтому лучше записывать так:

+ = =

Г) Выводы.

Итак, в ходе проделанной работы, мы выяснили, какие бывают длительности нот, как эти длительности обозначаются, а также провели аналогию между длительностями нот и обыкновенными дробями, между сравнением длительностей нот и сравнением обыкновенными дробями [9].

**Методические рекомендации**. Данный проект рекомендован для 5-6 классов, когда идет изучение обыкновенных дробей и сравнение обыкновенных дробей. Проект предназначен для работы на уроке. По продолжительности времени проведения проекта считать средней длительности. По количеству участников – коллективный проект, выполняемый парой или несколькими учениками. По способу преобладающей деятельности – познавательный и частично творческий проект. По использованию дидактических средств – «классические» средства (учебники, научно-популярная, художественная литература и т.д.), информационные и коммуникативные средства (компьютер, видеокамера), музыкальный инструмент. Продуктом проектной деятельности может послужить видеофильм или презентация PowerPoint с использованием мультимедийных эффектов [15] для того, чтобы дети услышали и сравнили между собой длительности нот.

**Проект 2. Уравнения с обыкновенными дробями и уравнения с нотами.**

А) Введение.

В течение многих веков шли поиски точной наглядной системы записи музыкального произведения. Сложность фиксации музыкального текста заключается в том, что два основных свойства музыкального звука – высоту и длительность – необходимо выразить одним знаком. Такой знак получил название ноты. Длительности нот (целая, половинная, четвертая, восьмая, шестнадцатая) аналогичны обыкновенным дробям (). Покажем, что можно решать уравнения не только с дробями, но и с нотами.

Б) Решение уравнений с дробями и нотами.

Рассмотрим такое равенство:  =. Давайте посчитаем длительность левой и правой частей выражения. Левая: 1-и-2-и. Правая: 1-и-2. Мы видим, что в правой части одной ноты не хватает. Мы сможем ее найти, как если бы мы искали неизвестное x в уравнении с обыкновенными дробями.

 =*x* аналогично 

Решаем уравнение с обыкновенными дробями:

         =

Сравним длительности левой и правой частей. Левая: 1-и-2-и. Правая: 1-и-2-и. Видим, что длительности левой и правой частей совпадают, уравнение решили верно [9].

В) Выводы.

Мы выяснили, что решение уравнений с нотами сводится к решению обыкновенных дробей. Зная длительность такта при отсутствии некоторых нот, мы всегда можем сказать, чему равна длительность отсутствующих нот. Отсюда, также можем сделать вывод, что длительность такта равна сумме длительностей нот, входящих в него.

Методические рекомендации. Данный проект рекомендован для 5-6 классов, когда идет изучение сложения обыкновенных дробей, решение уравнений с обыкновенными дробями. Проект предназначен для работы на уроке. По продолжительности времени проведения проекта считать средней длительности. По количеству участников – коллективный проект, выполняемый парой или несколькими учениками. По способу преобладающей деятельности – познавательный и частично творческий проект. По использованию дидактических средств – «классические» средства (учебники, научно-популярная, художественная литература и т.д.), информационные и коммуникативные средства (компьютер, видеокамера), музыкальный инструмент. Продуктом проектной деятельности может послужить презентация PowerPoint с использованием мультимедийных эффектов [15] для того, чтобы дети слышали длительности нот.

**Проект 3. Простые интервалы и обыкновенные дроби.**

А) Введение.

Соотношение двух музыкальных звуков по высоте называется интервалом. Выясним, как обыкновенные дроби соотносятся с количеством тонов в интервале.

Б) Ступеневая и тоновая величина интервала.

Вслушиваясь в мелодию песни, можно заметить, что между каждой парой ее соседних звуков образуются различные интервалы – она течет то плавно, то делает широкие шаги в восходящем и нисходящем направлении. Каждый интервал от его основания (нижнего звука) до вершины (верхнего звука) заключает в себе определенное количество ступеней звукоряда. Самое маленькое количество ступеней содержит интервал, который называется прима. Он имеет одну ступень и 0 тонов. Две ступени содержит секунда. Секунда бывает малой и большой. Можем высчитать количество тонов у секунды малой и большой, зная, что между примой и малой секундой полтона (в математике это расстояние соответствует обыкновенной дроби ), а между секундами малой и большой тоже полтона. Значит, у секунды малой тона, а у секунды большой: , 1 тон. Аналогично терции (малая и большая), имеющие 3 ступени, отличаются на полтона: терция малая имеет  тона, терция большая –  – 2 тона. Кварта (4 ступени) бывает чистая и увеличенная. Чистая имеет  тона, а увеличенная имеет 3 тона. Квинта (5 ступеней) бывает уменьшенная и чистая. Уменьшенная квинта имеет 3 тона, чистая 3 тона. Секста (6 ступеней) бывает малая (4 тона) и большая (4 тона). Септима (7 ступеней) бывает малая (5 тонов) и большая (5 тонов). И остался последний интервал - октава чистая, имеет 8 ступеней, 6 тонов.

В) Выводы.

Итак, исходя из тоновой величины, интервалы можно поделить на две группы. Первая – чистые интервалы: прима, кварта, квинта и октава. При увеличении на полутон (на дробь ) они становятся увеличенными, при уменьшении на полутон – уменьшенными. Вторая – большие и малые интервалы: секунды, терции, сексты и септимы. Малые интервалы, увеличенные на полутон, становятся большими и, наоборот, большие интервалы, уменьшенные на полутон, становятся малыми [4].

**Методические рекомендации**. Данный проект рекомендован для 5-6 классов, когда идет изучение обыкновенных дробей. Проект предназначен для работы на факультативе. По продолжительности времени проведения проекта считать малой длительности. По количеству участников – индивидуальный проект. По способу преобладающей деятельности – познавательный проект. По использованию дидактических средств – «классические» средства (учебники, научно-популярная, художественная литература и т.д.), информационные и коммуникативные средства (компьютер), музыкальный инструмент. Продуктом проектной деятельности может послужить доклад с использованием музыкального инструмента (для прослушивания интервалов).

Мы рассмотрели, в чем суть интеграции школьных предметов и проектной деятельности учеников, психолого-педагогическое обоснование интегрирования. Также рассмотрели проектную деятельность учащихся, в чем роль интеграции математики и литературы, математики и МХК, математики и музыки, рассмотрели возможность создания интегрированных проектов в профильной школе. Также были разработаны возможные темы проектов, составлен их примерный план, содержание и методические рекомендации к выполнению.

# Современная школа должна стремиться развить личность и интеллект ученика в такой степени, чтобы ее выпускник был способен не только самостоятельно находить и усваивать готовую информацию, но и мыслить креативно [11].

Библиографический список

* + - 1. Альванус Р.С. Разработка и внедрение методики проблемного обучения при изучении геометрического материала в 5-6 классах [Автореферат]/ Р.С. Альванус. – М.: МПГУ, 2008. – 14 с.
      2. Аргунов Б.И. Элементарная геометрия [Текст]: учебное пособие/ Б.И. Аргунов, М.Б. Балк. – М.: Просвещение, 1966.- 360 с.
      3. Белютин Э.М. Основы изобразительной грамоты [Текст]/ Э.М. Белютин. – М.: Советская Россия, 1961. – 228 с.
      4. Бершадская Т.С. Курс теории музыки [Текст]: учебное пособие / Т.С. Бершадская, Л.М. Масленкова. – Л.: Музыка, 1984. – 148 с.
      5. Винокурова Н. Один из приемов реализации интегративного подхода в обучении [Текст] / Н. Винокурова. // Математика. – 1999. – № 36. – С.2-3.
      6. Волошинов А.В. Математика и искусство [Текст]/ А.В. Волошинов. – М.: Просвещение, 1992. – 335 с.
      7. Загвязинский В.И. Методология и методы психолого-педагогического исследования [Текст]: учебное пособие / В.И. Загвязинский. – М.: Академия – 2003. – 208 с.
      8. Загрекова Л.В. Теория и технология проектного обучения [Текст]/ Л.В. Загрекова, В.В. Николина. – М.: Высшая школа, 2004. – 157 с.
      9. Истратова Ю. Математика и музыка. Тема урока «Дроби и ноты» [Текст] / Ю. Истратова // Математика. – 1999. – №36. – С. 15-16.
      10. Кондратов А. Математика и поэзия [Текст]/ А. Кондратов. – М.: Знание, 1962. – 48 с.
      11. Овчарова М. Метод проектов на уроках информатики в школах Камчатки/ М. Овчарова// Информатика и образование. – 2003. - № 10.
      12. Пушкин А.С. Стихотворения / А.С. Пушкин. – Горький: Волго-Вятское книжное издательство, 1982. – 288 с.
      13. Филинова О.Е. Математика в истории мировой культуры [Текст]: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальностям в области информационной безопасности / О.Е. Филинова. – М.: Гелиос АРВ, 2006. – 224 с.
      14. Ятайкина А.А. Об интегрированном подходе в обучении [Текст]/ А.А. Ятайкина // Школьные технологии. – 2001. – №1-6. – С.10-15.
      15. Intel «Обучение для будущего» (при поддержке Microsoft) [Текст]: учеб. пособие. – М.: Издательско-торговый дом «Русская редакция», 2006. – 368 с. +CD

***Утёмов В. В.***

**Использование элементов ТРИЗ-педагогики   
в обучении школьников математике**

В статье авторы знакомят читателей с возможностями использования инструментов ТРИЗ при обучении школьников математике, в частности, в ней дается понимание мета-алгоритма и способов го использования при решении математических задач.

Классическое школьное образование базируется на передаче знаний, выработке умений и формирование навыков; это все острее акцентирует противоречие между высоким статусом информации, высокой динамикой и насыщенностью информационного пространства и тем, что получает на выходе рядовой выпускник.

Анализ проблем школьного образования [2] усугубляет проблему недостаточности уровня сформированности инновационного мышления [8]. Выделяют базис такого мышления [9]: логичность, диалектичность, системность, воображение.

С одной стороны для формирования логичности мышления и воображения наработано немало методов и инструментов. С другой стороны, большинство выпускников школ не могут применить логику в творчестве, позволяющую проверять обоснованность парадоксальной сгенерированной идеи, не могут управлять своим воображением в случае необходимости при разрешении проблемы и т.д. Проблема заключается в использовании методов обучения, не учитывающих единство и взаимосвязь элементов инновационного мышления.

Во второй половине XX в. сформировалась ТРИЗ (теория решения изобретательских задач) Г.С. Альтшуллера [1]. Исторически сутью ТРИЗ является целенаправленный поиск решения, совмещенный с отбором из них сильных без сплошного перебора слабых. Области современного ТРИЗ весьма широки: в построении сюжетов литературных произведений, живописи, искусстве, биологии, математике и методике математического развития, физике, географии, педагогике и психологии, в бизнесе, рекламе. Ряд наработок позволил применять инструменты ТРИЗ при обучении.

Можно с большой эффективностью использовать элементы ТРИЗ в учебном процессе для развития элементов инновационного мышления. Эффективность отдельных приемов убеди­тельно была доказана в ходе экспериментальной работы по применению ТРИЗ в педагогике [4, 10, 11, 13], однако применение инструментов ТРИЗ на уроках математики в литературе почти не встречается.

ТРИЗ является качественной теорией. Строгое соответствие моде­лей качественных теорий концепциям конструктивной математики очень уп­рощенно; можно сказать, что конструктивная ма­тематика имеет дело с качественными моделями, определяемыми следующим конструктивным способом [3]:

1) фиксируются исходные конструктивные объек­ты, определяемые, в частности, в виде примеров или образцов;

2) фиксируются правила (не обязательно аксиоматические), по которым строятся новые объек­ты из уже имеющихся;

3) фиксируются условия, налагаемые на исходные и построенные объекты и определяющие их конструктивность (например, осу­ществимость, полезность и эффективность).

Совокупность правил, определяющих построение новых конструктивных образов, называется алгоритмом. Обобщенные алгоритмы, на основе которых могут быть построены специализированные (ориентированные на определенное приложение, на определенный класс моделей) или детализированные (более точные) алгоритмы в ТРИЗ называются мета-алгоритмами [6].

Поэтому логично рассмотреть применение мета-алгоритма ТРИЗ в преподавании математики. Хотя школьная математика отлична от математики – науки [5], но преемственность построения рассуждений сохраняется.

Рассмотрим обобщенную схему мета-алгоритма изобретения (рис. 1), а также упрощенный мета-алгоритм для решения некоторого класса учебных математических задач (рис. 2). Тогда ход решения задачи можно уложить в 4 крупных этапа: диагностика (исследование задачи), редукция (построение модели задачи: алгебраической, аналитической и др.), трансформация (выбор метода решения (вычисления) модели), верификация (проверка решения).

При этом данная схема совпадает с методикой организации решения учебной математической задачи соблюдением формально-логической схемы рассуждения «анализ – построение – доказательство – исследование» при решении геометрических задач на построение и т.п. [12]. Переходы 1 и 3 требуют знания теории моделей и прикладных областей ее применения. Переход 2 требует умения строить и решать модели теории.

**Пример 1.** В двух цехах завода стоят станки двух типов. Первого типа 2 и 1 соответственно в первом и втором цехе, второго – 6 и 2. Определите среднею мощность, потребляемой станком каждого типа, если первый цех потребляет 340 киловатт-часов, второй – 130.

**Решение** представим в виде мета-алгоритма (рис. 3). Пусть в двух цехах завода работает разное количество станков двух типов. Для точного определения средней мощности, потребляемой станком определенного типа, было решено воспользоваться имеющимися измерениями расхода электроэнергии по каждому цеху за сутки. На этапе диагностики проблемы было установлено ко­личество станков каждого типа и данные по потреблению электроэнергии. На этапе редукции была построена система из двух линейных уравнений с двумя неизвестными. На этапе трансформации из двух простейших подходящих ме­тодов (метод исключения переменных и метод замены и подстановки пере­менных) выбрали последний. На этапе верификации путем прямой подстанов­ки полученных значений искомых переменных в исходные уравнения убеди­лись в правильности решения задачи.

**Пример 2.** Что больше или ?

**Решение** представлено на рис. 4. Необходимо сравнить два числа. На этапе диагностики проблемы было установлено что непосредственное сравнение затруднительно. На этапе редукции была построена функция (обобщение по двум ее значениям). На этапе трансформации из ме­тодов доказательства монотонности функции выбрали наиболее подходящий с использованием производной. На этапе верификации доказали монотонность. На этапе верификации путем исследования полученного решения убеди­лись в правильности решения задачи.

Таким образом, при использовании мета-алгоритма появляется возможность более наглядно представлять ход решения математических задач.

**Редукция**

* Формулирование идеально конечного результата (ИКР)
* Определение оперативной зоны и оперативных ресурсов
* Определение технических и физических противоречий
* Выбор тактики решений

**Трансформация**

* Выбор навигатора
* Интерпретация модели трансформации с учетом цели и ресурсов
* Генерирование изменений в направлении к ИКР

**Диагностика**

* Определение главной, позитивных и негативных функций
* Определение целей развития проблем
* Выбор стратегии решения

**Верификация**

* Проверка устранения противоречий
* Проверка эффективности решений
* Проверка возможностей развития идей

**Анализ**

**Синтез**

**Цели развития**

**Управление**

**развитием системы**

**Идея**

**Функционально-идеальное моделирование**

**Модельное пространство (Язык ТРИЗ)**

**Объектное пространство (Язык приложений)**

*Рис. 1*

**Редукция**

Построение модели задачи

**Трансформация**

Выбор метода вычисления   
и решения

**Диагностика**

Исследование задачи

**Верификация**

Проверка решения

**Вход**

**Прикладная**

**предметная область**

**Выход**

**Теория моделей**

*Рис. 2*

**1**

**3**

**2**

**Редукция**

Модель задачи

,

, .

**Трансформация**

Использование производной

для доказательства

монотонности функции

**Диагностика**

Исследование задачи:





**Верификация**

Проверка решения:

Решение верно, числа  и  положительные, функцию корректно использовали.

**Вход**

**Выход**

*Рис. 4*

**1**

**3**

**2**

**Редукция**

Модель задачи



**Трансформация**

Вычисление:

из (2): 

из (1): 

**Диагностика**

Исследование задачи:

в первом цехе 2 станка типа *х* и 6 станков типа *y*; во втором цехе 1 станок типа *х* и 2 станка типа *y*; расход электроэнергии 340 и 130 киловатт-часов соответственно.

**Верификация**

Проверка решения:



Решение верно, найденные

мощности в задаче соответствует действительности

**Вход**

**Выход**

*Рис. 3*

**1**

**3**

**2**

На этапах *диагностики* и *редукции* преимущественно используется анализ проблемы решения, на этапах *трансформации* и *верификации* – синтез идеи решения. Тем самым, используя при решении задачи мета-алгоритм, у учащегося на уроках «подстегивается» не просто логическая составляющая мышления, а проявляется и системность (переходы 1, 2 и 3) и воображение (переход 1). Переход 2 всегда направлен на развитие систем с целью получения наибольшей пользы (при их функционировании). Но любое развитие всегда наталкивается на препятствия (противоречия). Очередной шаг в развитии будет достигнут только при преодолении этих препятствий (противоречий). Развитие идет через преодоление противоречий. А, значит, проявляется и диалектичность.

Используя на уроках математики мета-алгоритм ТРИЗ, ребенок осознано учиться использовать разные составляющие инновационного мышления и все составляющие в единстве в тесной связи между собой.

В рамках методики преподавания математики можно адаптировать и другие инструменты ТРИЗ, стимулирующие повышение уровня инновационного мышления: таблицы фантограмм (для расширения границ существования изучаемого абстрактных объектов), метод маленьких человечков (для нахождения связей между данными), вепольный анализ при оперирования с переменными, а также метод переизобретения знаний, как общий метод при изучении новой темы [7].

Как показывает опыт, указанные адаптированные инструменты ТРИЗ с одной стороны учат как надо действовать для того, чтобы получить желаемый продукт, результат, какие нормы надо соблюдать, чтобы получить продукт гарантированного качества и дают возможность интегрировать часть полученной учебной информацию на уроках математики с гуманитарными и естественными наукам в единую систему знаний, с другой методы результативно можно использовать для повышения уровня развития инновационного мышления.

Библиографический список

Альтшуллер Г.С. Найти идею. Введение в теорию решения изобретательских задач / Г.С. Альтшуллер. – 2-е изд., доп. – Новосибирск: Наука, 1991. – 225 с.

Беркалиев Т. Н. Инновации и качество школьного образования [Текст] / Т. Н. Беркалиев, Е. С. Заир-Бек, А. П. Тряпицына. – СПб.: КАРО, 2007. –144 с.

Вейль Г. О философии математики [Текст] / Г. Вейль. – М.: КомКнига, 2005. – 128 с.

Модестов С Ю. Проектирование образовательных технологий на основе ТРИЗ [Текст]: автореф. дис. канд. пед. наук: 13.00.01 / С. Ю. Модестов; СПб: РГПУ им. А.И. Герцена, 2001. – 18 с.

Мордкович А. Г. Беседы с учителями математики [Текст]: учеб.-метод. пособие / А. Г. Мордкович. – М.: Оникс 21 век, 2005. – 336 с.

Орлов М. А. Основы классической ТРИЗ. Практическое руководство для изобретательного мышления [Текст] / М. А. Орлов. – М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2006. – 432 с.

1. Погребная Т. В. ТРИЗ-педагогика в преподавании математики [Рукопись] / Т. В. Погребная, А. В. Козлов. – Красноярск, 2008.

Саламатов Ю.П. Основы инновационного мышления [Электронный ресурс] / Ю.П. Саламатов // Институт инновационного проектирования, г. Красноярск, 2009 г. / Режим доступа: <http://rus.triz-guide.com/club.html>.

Саламатов Ю.П. Основы инновационного мышления: презентационный материал. [Электронный ресурс] / Ю.П. Саламатов // Институт инновационного проектирования, г. Красноярск, 2009г. / Режим доступа: http://rus.triz-guide.com/assets/files/DY.pdf.

Терехова Г.В. Творческие задания как средство развития креативных способностей школьников в учебном процессе [Текст]: автореф. дис. канд. пед. наук: 13.00.01 / Г.В. Терехова. – Челябинск, 2002.

Фёдорова Е.А. Развитие творческой активности студентов средствами ТРИЗ-педагогики (на примере изучения информатики) : автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. пед. наук / Е.А. Фёдорова. – Ульяновск, 2009. – 22 с.

Хинчин А. Я. О воспитательном эффекте уроков математики [Текст] / А. Я. Хинчин // Повышение эффективности обучения математике в школе. – М.: Просвещение, 1989. – С. 18-37.

Ширяева В.А. Развитие системно-логического мышления учащихся в процессе изучения теории решения изобретательских задач (ТРИЗ) [Текст]: автореф. дис. канд. пед. наук / В. А. Ширяева. – Саратов: СГУ им. Н. Г. Чернышевского, 2000. – 18 с.

**Сведения об авторах**

***Горев Павел Михайлович –***

канд. пед. наук, доцент кафедры дидактики физики и математики ВятГГУ

***Жаркова Елна Николаевна ­­–***

выпускница физико-математического факультета ВятГГУ

***Зеленина Наталья Алексеевна –***

канд. пед. наук, доцент кафедры дидактики физики и математики ВятГГУ

***Крутихина Марина Викторовна –***

канд. пед. наук, доцент кафедры дидактики физики и математики ВятГГУ

***Кузьмина Наталья Николаевна –***

выпускница физико-математического факультета ВятГГУ,

учитель математики МОУ СОШ № 3 г. Сосногорска Республики Коми

***Мухамедшина Алия Вазиховна –***

выпускница физико-математического факультета ВятГГУ,

преподаватель кафедры высшей математики ВятГУ,   
аспирант кафедры педагогики ВятГГУ

***Насибуллина Эльвира Фаритовна –***

выпускница физико-математического факультета ВятГГУ

***Родионова Ольга Леонидовна –***

выпускница физико-математического факультета ВятГГУ,

учитель математики МОУ Лицей № 21 г. Кирова,   
аспирант кафедры дидактики физики и математики ВятГГУ

***Рябкова Мария Олеговна –***

выпускница физико-математического факультета ВятГГУ,

магистрант кафедры дидактики физики и математики ВятГГУ

***Смирнова Марина Валерьевна –***

выпускница физико-математического факультета ВятГГУ

***Соловьева Ольга Владимировна –***

выпускница физико-математического факультета ВятГГУ,

учитель математики МОУ СОШ № 3 г. Усинска Республики Коми

***Тебенькова Светлана Владимировна –***

выпускница физико-математического факультета ВятГГУ,

учитель математики МОУ СОШ № 10 г. Кирова,   
магистрант кафедры высшей математики ВятГГУ

***Утёмов Вячеслав Викторович –***

выпускник физико-математического факультета ВятГГУ,

преп. кафедры математических и естественнонаучных дисциплин КФ РГГУ,   
аспирант кафедры педагогики ВятГГУ, специалист ТРИЗ

***Шилова Зоя Вениаминовна –***

канд. пед. наук, доцент кафедры дидактики физики и математики ВятГГУ

*Научное издание*

**Актуальные вопросы теории и методики обучения   
математике в средней школе**

***Сборник научных статей  
Выпуск 1***

Редактор \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Технический редактор *Л. Галашева*

Оформление и верстка *П. Горев*

Подписано в печать 12.12.2010. Формат 60x84/16.   
Гарнитура «Times New Roman». Бумага офсетная. Усл. п. л. 6,0. Тираж 100 экз. Заказ № 1375.

Издательство Вятского государственного   
гуманитарного университета,

610002, г. Киров, ул. Красноармейская, 26

1. Модели интегральных образовательных технологий по Г. К. Селевко [9]. [↑](#footnote-ref-1)
2. Здесь и далее в таблицах использованы сокращения для видов проектов: А – ассимиляционный, К – конгломерирующий. [↑](#footnote-ref-2)